

Analisi Matematica

Prova scritta n. 4

Corso di laurea in Fisica, 2019-2020

11 settembre 2020

1. Risolvere il problema di Cauchy, specificando l'intervallo massimale di esistenza della soluzione

$$\begin{cases} u'' + u = \sin x + \tan x + xe^x \\ u(0) = u'(0) = 0 \end{cases}$$

2. Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x^2)}{(\arctan(\sin x))^2} - \frac{\exp(x^2) \cdot (1 + \cos x)}{(\sin x) \cdot \arcsin(e^x - e^{-x})}$$

3. Si consideri la serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n^2 + n}} \right)^\alpha \left(\sin \frac{1}{n} \right)^{-\beta} (-1)^{n\gamma}$$

con $\alpha > 0$, $\beta \geq 0$, $\gamma = 1$ o $\gamma = 2$.

- (a) Per $\gamma = 2$ si studi la convergenza della serie, al variare di $\alpha > 0$, $\beta \geq 0$.
- (b) Per $\gamma = 1$, $\beta = 0$, si studi la convergenza assoluta e la convergenza semplice, al variare di $\alpha > 0$.
- (c) Per $\gamma = 2$, $\beta = 0$, $\alpha = 1$, si calcoli la somma della serie (se la serie converge).