

Analisi Matematica Due, secondo modulo  
Prova scritta preliminare n. 2

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2001-2002

24 maggio 2002

1. Sia  $D$  il dominio delimitato dalla curva (cardioide) di equazione

$$\begin{cases} x(t) = (1 + \cos t) \cos t \\ y(t) = (1 + \cos t) \sin t \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi].$$

Calcolare

$$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy.$$

2. Si consideri la forma differenziale

$$\omega = \frac{-y}{x^2 + 4y^2} dx + \frac{x}{x^2 + 4y^2} dy.$$

- (a) Dire se  $\omega$  è chiusa nell'insieme di definizione;  
(b) dire inoltre se è esatta in tale insieme;  
(c) calcolare

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{-2 \cos(\pi t) - 2\pi t \sin(\pi t)}{4t^2 + 4 \cos^2(\pi t)} dt.$$

3. Si consideri la regione  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 \leq 4x^2(1 - x^2)\}$ . Dopo aver verificato che la curva  $\gamma(t) = (\sin t, \sin(2t))$  ha come immagine  $\partial D$ , calcolare l'area di  $D$ .