

Programma del corso di Istituzioni di Geometria

Prof. Marco Abate

1) Richiami di algebra multilineare: prodotti tensoriali, algebra esterna.

2) Varietà differenziabili. Applicazioni differenziabili. Partizioni dell'unità. Spazio tangente. Differenziale. Immersioni, embedding e sottovarietà. Fibrati vettoriali. Fibrato tangente e cotangente. Fibrati tensoriali. Sezioni di fibrati e campi vettoriali. Parentesi di Lie.

3) Connessioni su fibrati. Derivata covariante lungo una curva. Sezioni parallele e trasporto parallelo. Metriche Riemanniane. Isometrie e isometrie locali. Connessione di Levi-Civita. Geodetiche. Mappa esponenziale. Intorni normali e uniformemente normali. Lunghezza di una curva. Distanza Riemanniana. Formula per la prima variazione della lunghezza d'arco. Le geodetiche sono le curve localmente minimizzanti. Teorema di Whitehead sull'esistenza di intorni geodeticamente convessi. Teorema di Hopf-Rinow. Curvature Riemanniana, sezionale e di Ricci (gli ultimi cinque argomenti senza dimostrazioni).

4) Forme differenziali. Orientabilità. Integrazione di forme differenziali. Differenziale esterno. Teorema di Stokes. Coomologia di de Rham. Complessi differenziali e successioni esatte lunghe. Successione di Mayer-Vietoris. Dualità di Poincaré (senza dimostrazione). Teorema di Künneth (senza dimostrazione). Complessi doppi e principio di Mayer-Vietoris. Fasci. Coomologia di Čech. Teorema di de Rham.

Bibliografia

– M. Abate, F. Tovena, *Geometria differenziale*, Springer Italia, Milano, 2011.

Modalità d'esame

Scritto e orale.

Argomenti propedeutici

Essenziale per la comprensione del corso è una buona conoscenza del calcolo differenziale e integrale di più variabili reali, dell'algebra lineare, e dei fondamenti di topologia generale, come sviluppati negli insegnamenti di *Geometria analitica e algebra lineare*, *Analisi in più variabili 1* e *Geometria 2*. Inoltre, pur non essendo strettamente necessario, per capire le motivazioni che hanno portato allo sviluppo degli argomenti trattati può essere utile anche conoscere le basi della geometria differenziale di curve e superfici nello spazio, come sviluppate nell'insegnamento di *Geometria e topologia differenziale*.