

MATEMATICA E STATISTICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE

QUARTO SCRITTO

18 settembre 2009

Nome e cognome

Matricola

ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5 o “No non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non vi ene corretta).

1. PARTE I

Esercizio 1.1. *Il numero degli studenti immatricolati in Biologia nell'anno accademico 2007/08 è aumentato del 10% rispetto all'anno accademico precedente, e nell'anno accademico 2008/09 è aumentato del 20% rispetto all'anno accademico 2007/08. Qual è l'aumento percentuale degli immatricolati in Biologia nel 2008/09 rispetto al 2006/07? Di quanto deve diminuire (in percentuale rispetto al 2008/09) il numero degli immatricolati nel 2009/10 per ritornare al numero del 2006/07?*

Esercizio 1.2. *La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = \cos x$ è invertibile?*

Esercizio 1.3. *Calcola la derivata della funzione*

$$f(x) = \log(\pi + \arctan(\pi x)) .$$

2. PARTE II

Esercizio 2.1. Anni di dati metereologici indicano che la probabilità che durante l'estate la temperatura a Pisa superi i 40°C è pari a $p = 0.2$, e che quanto accade un'estate è indipendente da ciò che è accaduto nelle altre estati. Calcola la probabilità

- (1) che la temperatura a Pisa superi i 40°C per tre estati consecutive;
- (2) che in tre estati consecutive la temperatura a Pisa superi i 40°C esattamente una volta;
- (3) che in tre estati consecutive la temperatura a Pisa superi i 40°C almeno una volta.

Esercizio 2.2. Un'azienda agricola in Malaysia decide di coltivare un campo di 1000 ettari a barbabietole e soia. Per prevenire malattie e infestazioni di insetti non più del 70% del campo può essere dedicato a una sola coltura. Un ettaro di terreno produce 9 t di barbabietole oppure 5 t di soia. Un chilogrammo di barbabietole contiene 15 g di proteine, mentre un chilogrammo di soia contiene 25 g di proteine. Trova come suddividere la coltivazione del campo fra barbabietole e soia in modo da ottenere la massima quantità di proteine possibile.

Esercizio 2.3. Ipotesi biologiche sulla crescita di una popolazione di batteri suggeriscono che il numero $N(t)$ di individui nella popolazione al tempo t segua un andamento dato dalla funzione

$$N(t) = \frac{2^t}{4^{2-t}}.$$

- (1) Studia la funzione N (anche per tempi negativi).
- (2) Successivi studi suggeriscono che un modello migliore potrebbe essere dato da funzioni della forma

$$N_a(t) = \frac{2^t}{a^{2-t}}$$

dove $a > 0$ è un parametro da determinare. Per quali valori di a la funzione N_a ha limite 0 per $t \rightarrow +\infty$ (per cui in questo modello la popolazione si estingue)?

- (3) Esistono valori di $a > 0$ per cui la funzione N_a è costante?