

MATEMATICA E STATISTICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE

QUARTO SCRITTO

18 settembre 2007

Nome e cognome

Matricola

ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno.

Giustifica tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

1. PARTE I

Esercizio 1.1. *Hai visto un vestito che ti piace, del costo di 70 Euro, in due negozi, ma hai deciso di aspettare i saldi per comprarlo. Nel periodo dei saldi il primo negozio abbassa di 10 Euro il prezzo del vestito e poi fa un ulteriore 10% di sconto alla cassa. Il secondo negozio, invece, abbassa del 10% i suoi prezzi e poi fa un'ulteriore sconto di 10 Euro alla cassa. In quale negozio ti conviene comprare il vestito? Perché?*

Esercizio 1.2. *Siano $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ due funzioni tali che $f(x) \geq g(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. Sapendo che g è crescente, puoi concludere che f è crescente? Se sì, spiega perché; se no, fai un esempio.*

Esercizio 1.3. *Calcola il seguente integrale:*

$$\int_0^1 (e^x + x^2) dx .$$

2. PARTE II

Esercizio 2.1. *Sei amici, Alberto, Beatrice, Carlo, Dario, Eleonora e Francesca, vanno al cinema. È disponibile un'unica fila libera, e i 6 chiedono alla cassiera di sedersi lì, uno a fianco all'altro.*

- (1) *Se la fila ha esattamente sei posti, in quanti modi diversi si possono sedere i sei amici?*
- (2) *Sapendo che Alberto è sulle stampelle e deve sedersi su un posto vicino al corridoio (il primo o l'ultimo), qual è la probabilità che i posti assegnati a caso dalla cassiera verifichino questa condizione?*
- (3) *Rispondi alle due domande precedenti, supponendo questa volta che la fila abbia sette posti.*

Esercizio 2.2. *Un accurato studio teorico ti porta a supporre che il numero delle lepri della Patagonia su un'isola sufficientemente dotata di carote dipenda dal tempo*

secondo la funzione

$$L(t) = a2^t + b ,$$

dove stiamo misurando il tempo in anni. Per verificare la tua ipotesi, porti 150 lepri in un'isola deserta (tempo $t = 0$), e dopo tre anni (tempo $t = 3$) torni a contarle, scoprendo che sono 500. Determina a e b in accordo con questi dati. Quante lepri prevedi che ci saranno dopo altri tre anni (tempo $t = 6$)? Sotto quali ipotesi questa funzione descrive realisticamente il fenomeno? E per quanto tempo?

Esercizio 2.3. Studiando ulteriormente le lepri della Patagonia, vieni a scoprire che la funzione

$$P(t) = 350 + 200 \sin\left(\frac{\pi t^2 - 1}{2 t^2 + 1}\right)$$

descrive meglio il numero degli animali presenti sull'isola. Studia la funzione $P(t)$ (anche per tempi negativi), tralasciando (se lo desideri) lo studio della convessità.