

MATEMATICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE
TERZO COMPITINO — TESTO A

9 giugno 2011

Nome e cognome

Matricola

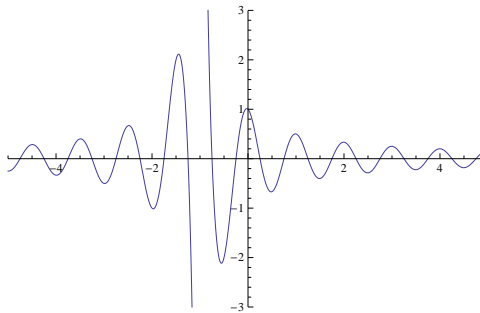
ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta). In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

1. PARTE I

Esercizio 1.1. *Stabilisci (giustificando la risposta) quale delle funzioni seguenti può avere un grafico come quello in figura:*

- (a) $(1 + x) \cos(2\pi x)$;
- (b) $\frac{\cos(2\pi x)}{1+x}$;
- (c) $\frac{\sin(2\pi x)}{1+x}$;
- (d) $\frac{\cos(2\pi x)}{1+x^2}$.



Esercizio 1.2. *Determina il dominio e calcola la derivata della seguente funzione:*

$$f(x) = \frac{1}{\log(\arctan x)}.$$

Esercizio 1.3. *Determina il valore atteso della variabile aleatoria discreta X che misura il prodotto del risultato del lancio di due dadi a quattro facce non truccati.*

2. PARTE II

Esercizio 2.1. Sia $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione $f(x) = x^{1/2} \log x$.

- (i) Calcola l'integrale indefinito di f .
- (ii) Trova i punti critici di una qualsiasi primitiva F di f . [Suggerimento: Se F è una primitiva di f allora $F' = f$.]

Esercizio 2.2. Sia c la concentrazione di una sostanza inquinante nell'aria di una città. Se $c(t)$ supera il valore $1/\sqrt{e}$, il traffico viene bloccato. La concentrazione rilevata durante un anno solare è rappresentata dalla funzione

$$c(t) = k \frac{te^{-t/2}}{1+t}$$

dove il tempo t è misurato in giorni e varia tra 0 e 365, e $k > 0$ è una costante dipendente dalle dimensioni della città.

- (i) Studia questa funzione, anche per tempi negativi o superiori a 365, quando $k = 1$.
- (ii) Se $k = 3$, il traffico viene bloccato in un qualche momento dell'anno?
- (iii) Qual è il massimo valore di k per cui il traffico non viene mai bloccato?

Esercizio 2.3. Supponi che X sia una variabile aleatoria con funzione di distribuzione $F_X: \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ data da

$$F_X(t) = \begin{cases} 0 & \text{per } t \leq 0; \\ \frac{3}{4}t^2 + \frac{1}{4}t & \text{per } 0 \leq t \leq 1; \\ 1 & \text{per } t \geq 1. \end{cases}$$

Determina la densità di probabilità, il valore atteso e la varianza di X .