

MATEMATICA — CORSO B

PROF. MARCO ABATE

PRIMO COMPITINO — TESTO B

31 gennaio 2011

Nome e cognome

Matricola

ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta). In caso di copiatura accertata durante il compito in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

1. PARTE I

Esercizio 1.1. Il peso specifico del bronzo può variare fra 7.5 kg/dm^3 e 8.5 kg/dm^3 . Quali sono il valore stimato e l'errore assoluto del peso di $4 \pm 0.25 \text{ dm}^3$ di bronzo?

Esercizio 1.2. Possono esistere due eventi A e B di uno spazio degli eventi Ω tali che

$$p(A) = \frac{1}{8}, \quad p(B) = \frac{1}{7} \quad \text{e} \quad p(A \cup B) = \frac{17}{56} ?$$

Esercizio 1.3. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = 3x - 2$ è invertibile? Se sì, determina la funzione inversa; se no, spiega perché non lo è.

2. PARTE II

Esercizio 2.1. Una popolazione di ratti, comprendente ratti neri e ratti grigi, viene tenuta sotto osservazione per qualche anno.

- (1) Nel 2008 la popolazione consisteva di 960 ratti neri e 240 ratti grigi. Calcola la percentuale nella popolazione di ciascun tipo di ratti.
- (2) Nel 2009 la popolazione consisteva di 1525 ratti, e la percentuale di ratti grigi era del 20%. Calcola il numero di ratti di ciascun colore nella popolazione.
- (3) Sapendo che la percentuale di ratti grigi nel 2009 è stata calcolata con un errore assoluto di 0.4, tra quali valori può variare il numero di ratti grigi della popolazione nel 2009?
- (4) Nel 2010 la popolazione consisteva di 1100 ratti, e la percentuale di ratti grigi è diminuita del 15% rispetto al 2009. Quanti ratti della popolazione nel 2010 erano neri?
- (5) Qual è la media del numero di ratti neri fra il 2008 e il 2010? E la varianza?
- (6) Nel 2011 il numero totale di ratti nella popolazione è aumentato del 20% rispetto al 2010, mentre la percentuale di ratti grigi è diminuita del 15% rispetto al 2010. Si può dire se il numero di ratti grigi nel 2011 è aumentato o diminuito rispetto al 2010 o manca qualche dato? Se sì spiega come, altrimenti scrivi il/i dato/i mancanti.

Esercizio 2.2. Il codice (PIN) di accesso a un cellulare è dato da 4 simboli, che possono essere o cifre (da 1 a 9, lo 0 è escluso) o lettere (di un alfabeto di 21 lettere).

- (1) Quanti sono i possibili codici?
- (2) Qual è la probabilità che tutti i simboli di un codice preso a caso siano lettere? E che tutti i simboli siano cifre?
- (3) Qual è la probabilità che nelle prime due posizioni di un codice preso a caso vi sia la coppia ordinata "C2"? E la coppia "RR"?
- (4) Qual è la probabilità che un codice preso a caso contenga esattamente una cifra e tre lettere?

Esercizio 2.3. La muscolatura della lingua in una specie di camaleonti è determinata geneticamente da un gene con tre possibili alleli: l'allele "A" che permette di piegare la lingua verso l'alto, l'allele "B" che permette di piegarla verso il basso, e l'allele "N" che non fornisce abilità particolari. Gli alleli "A" e "B" sono dominanti sull'allele "N"; inoltre il genotipo "AB" produce camaleonti che possono piegare la lingua in tutte le direzioni. La popolazione dei camaleonti che stai studiando soddisfa le ipotesi della legge di Hardy-Weinberg, e sai che il 20% dei camaleonti nella popolazione può piegare la lingua verso l'alto, il 48% verso il basso, il 16% in tutte le direzioni e il 16% in nessuna direzione.

- (1) Calcola la probabilità di tutti gli alleli e di tutti i genotipi.
- (2) Qual è la probabilità che un camaleonte preso a caso nella popolazione sappia piegare la lingua solo verso il basso sapendo che il padre la piega solo verso l'alto e la madre in tutte le direzioni?
- (3) Qual è la probabilità che un camaleonte preso a caso nella popolazione sappia piegare la lingua solo verso il basso sapendo che entrambi i genitori la piegano solo verso l'alto?
- (4) Qual è la probabilità che un camaleonte preso a caso nella popolazione sappia piegare la lingua solo verso il basso sapendo che la madre la piega in tutte le direzioni?