

MATEMATICA E STATISTICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE
SECONDO COMPITINO — TESTO B

7 aprile 2010

Nome e cognome

Matricola

ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta). In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

1. PARTE I

Esercizio 1.1. *Fai un esempio di funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ che sia decrescente e tale che*

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1, \quad f(0) = 0.$$

Esercizio 1.2. *Determina il dominio della funzione*

$$g(t) = \log_{11}(3^t - 3),$$

e risolvi la disequazione $g(t) \geq 0$.

Esercizio 1.3. *Calcola la derivata della funzione*

$$F(z) = \log_{11} \left(\frac{1 + z^4}{1 + z^2} \right).$$

2. PARTE II

Esercizio 2.1. *Un dietologo new age ti ha prescritto una dieta in cui puoi mangiare solo pollo e mozzarella. Sai che: 100 g di pollo contengono 10 g di grassi, 20 g di proteine e hanno un valore energetico di 100 calorie; mentre 100 g di mozzarella contengono 20 g di grassi, 20 g di proteine e hanno un valore energetico di 300 calorie. La tua dieta prevede che tu assuma ogni giorno almeno 80 grammi di proteine e non più di 60 grammi di grassi, e che la quantità di mozzarella mangiata non superi un quarto della quantità di pollo. Quanto pollo e quanta mozzarella devi mangiare al giorno per soddisfare queste richieste in modo da assumere la quantità massima di calorie?*

Esercizio 2.2. Una popolazione di babuini in cattività viene nutrita solo con mele. Misurando la percentuale p di femmine che restano gravide in tre mesi in funzione della quantità di cibo c (misurata in quintali) messa a disposizione, si trovano le seguenti coppie di valori:

$$(c = 1, p = 30), \quad (c = 2, p = 40), \quad (c = 3, p = 36), \quad (c = 4, p = 24).$$

- (1) Trova un polinomio di grado tre che interpola esattamente questi dati.
- (2) Dando per buono il fatto che i punti di massimo e di minimo di una funzione sono degli zeri della derivata, traccia il grafico del polinomio di terzo grado trovato.
- (3) Per quale intervallo di valori della quantità di cibo il modello dato da questo polinomio può ragionevolmente rappresentare il fenomeno che si sta studiando?

Esercizio 2.3. In un frutteto che al tempo $t = 0$ è formato da piante sane si introduce una mosca che infetta le piante introducendo le uova nei frutti. Studiamo il numero $N(t)$ di piante sane in funzione del tempo t misurato in settimane. I risultati delle misurazioni, altri ottenuti da questi tramite semplici operazioni, e le relative medie sono riportati nella tabella qui sotto.

- (i) Determina la retta di regressione. Si tratta di una buona interpolazione?
- (ii) Interpola ora i dati supponendo che N dipenda esponenzialmente da t (cioè che si comporti come ap^t , con $p > 0$). Qual è la migliore interpolazione che puoi trovare? Si tratta di una buona interpolazione?

[Potrebbero esserti utili alcune fra le seguenti operazioni: $415.38 \cdot 6 = 2492.28$; $1797.9/14 \simeq 128.42$; $415.38^2 \simeq 172540.54$; $\sqrt{14 \cdot 1185.9} \simeq 128.85$; $2.09^2 \simeq 4.37$; $1797.9/2176.49 \simeq 0.83$; $3.29/0.2 = 16.45$; $2.81/14 \simeq 0.2$; $128.42 \cdot 6 = 770.52$; $10^{-0.2} \simeq 0.63$; $10^{3.29} \simeq 1949.84$; $6 \cdot 2.09 = 12.54$; $\sqrt{14 \cdot 338364.69} \simeq 2176.49$; $2.81/2.87 \simeq 0.98$; $694.38 \cdot 2.09 \simeq 1451.25$; $10^{4.96} \simeq 91201.08$; $\sqrt{14 \cdot 0.59} \simeq 2.87$.]

Dati	t	N	t^2	tN	N^2	$\text{Log } N$	$(\text{Log } N)^2$	$t \text{Log } N$
	0	2000	0	0	4000000	3.30	10.90	0
	1	1261	1	1261	1590121	3.10	9.61	3.10
	2	796	4	1592	633616	2.90	8.42	5.80
	3	502	9	1506	252004	2.70	7.29	8.10
	4	316	16	1264	99856	2.50	6.25	10.00
	5	200	25	1000	40000	2.30	5.29	11.51
	6	126	36	756	15876	2.10	4.41	12.60
	7	79	49	553	6241	1.90	3.60	13.28
	8	50	64	400	2500	1.70	2.89	13.59
	9	31	81	279	961	1.49	2.22	13.42
	10	20	100	200	400	1.30	1.69	13.01
	11	12	121	132	144	1.08	1.16	11.87
	12	7	144	84	49	0.85	0.71	10.14
Medie	6	415.38	50	694.38	510905.23	2.09	4.96	9.73