

Analisi Matematica 2 - Programma del corso
Università degli Studi di Napoli Federico II
Anno Accademico 2019-2020

Titolare del corso: PROF. B. VELICHKOV

Sito del corso: <http://www.velichkov.it/analisi2.html>

Corsi di Laurea:

- N36 INGEGNERIA BIOMEDICA
 - N39 INGEGNERIA DELL'AUTOMAZIONE
 - N43 INGEGNERIA ELETTRONICA
 - N46 INGEGNERIA INFORMATICA
 - P39 INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI E DELLE MEDIA DIGITALI
-

Topologia in \mathbb{R}^n

Gli spazi \mathbb{R}^n . Prodotto scalare e disuguaglianza di Cauchy-Schwartz in \mathbb{R}^n . Distanza euclidea. Disuguaglianza triangolare. \mathbb{Q}^n è denso in \mathbb{R}^n . Convergenza di successioni in \mathbb{R}^n .

Insiemi aperti e insiemi chiusi. Insiemi aperti. Unione e intersezione di insiemi aperti. Prodotto di insiemi aperti. Unione e intersezione di insiemi chiusi. Prodotto di insiemi chiusi. Insiemi chiusi per successioni. Chiusura, parte interna e bordo di un insieme.

Insiemi compatti. Ricoprimenti - ricoprimenti aperti, finiti e numerabili. Insiemi compatti - definizione con i ricoprimenti. Insiemi compatti per successioni. Insiemi chiusi e limitati. Teorema di equivalenza.

Funzioni continue. Topologia indotta. Funzioni continue definite su sottoinsiemi di \mathbb{R}^n . Funzioni continue e funzioni continue per successioni. Composizione di funzioni continue. Funzioni continue su insiemi compatti. Teorema di Weierstrass.

Insiemi connessi. Insiemi connessi e insiemi connessi per archi. Un insieme aperto è connesso se e solo se è connesso per archi. Insiemi connessi in \mathbb{R} . Le funzioni continue mandano insiemi connessi in insiemi connessi.

Derivate parziali

Derivabilità e differenziabilità. Funzioni derivabili, funzioni differenziabili. Le funzioni differenziabili sono continue. Le funzioni differenziabili sono derivabili. Esempio di una funzione derivabile, ma non continua in zero. Esempio di una funzione derivabile e continua, ma non differenziabile in zero. Funzioni C^1 e C^2 . Teorema del differenziale. Derivate parziali di ordine superiore - teorema di Schwartz. Composizione di funzioni differenziabili. Formula per le derivate parziali della funzione composta. Matrice Hessiana. Formula di Taylor al secondo ordine.

Massimi e minimi locali. Massimi e minimi locali interni. Condizione necessaria al primo ordine. Punti critici. Condizione necessaria al secondo ordine. Matrici semidefinite positive e matrici semidefinite negative. Condizione sufficiente al secondo ordine. Matrici definite positive e matrici definite negative. Il ruolo del determinante della matrice Hessiana in dimensione due. Massimi e minimi locali

sul bordo di un insieme regolare. Condizioni necessarie e sufficienti al primo e al secondo ordine in dimensione due. Vettore normale e vettore tangente al bordo di un insieme regolare.

Teorema della funzione implicita. Teorema della funzione implicita in \mathbb{R}^n (con dimostrazione in dimensione due) e le sue conseguenze. Teorema dei moltiplicatori di Lagrange e applicazioni.

Forme differenziali e integrali curvilinei

Forme differenziali in \mathbb{R}^n . 1-forme, 2-forme e k -forme in \mathbb{R}^n - definizioni. Somma di forme differenziali. Prodotto di una forma differenziale con una funzione. Prodotto esterno tra forme differenziali. Differenziale di una funzione. Derivata esterna di una forma differenziale. Forme chiuse e forme esatte. Le forme esatte sono chiuse. Esempio di una forma chiusa ma non esatta.

Integrazione di 1-forme. Curve in \mathbb{R}^n . Curve C^1 a tratti, curve chiuse, curve semplici. Curve equivalenti. L'opposta di una curva. Concatenamento di curve. Integrale di una 1-forma su una curva C^1 a tratti. Integrazione su curve opposte. Integrazione su curve concatenate. Integrazione su curve equivalenti. Integrazione di forme esatte su curve chiuse. Caratterizzazione delle 1-forme esatte attraverso l'integrazione su curve chiuse. In un rettangolo le forme chiuse sono esatte. In un aperto stellato le forme esatte sono chiuse. Teorema della derivazione sotto il segno dell'integrale. Domini diffeomorfi. In \mathbb{R}^2 , B_1 e $B_1 \setminus \{0\}$ non sono diffeomorfi. In \mathbb{R}^3 il toro e la palla non sono diffeomorfi.

Integrazione di funzioni su curve. Integrale di una funzione continua su una curva. Integrazione su curve equivalenti. Integrazione su curve opposte. Integrazione su curve concatenate. Approssimazione dell'integrale su una curva con delle somme parziali. Lunghezza di una curva.

Integrazione in \mathbb{R}^n .

Integrale di Riemann. Integrazione di Riemann su un dominio rettangolare. Partizioni di un dominio rettangolare. Somme di Riemann superiori e inferiori. Integrale di Riemann superiore e inferiore. Integrabilità di una funzione limitata su un rettangolo. Integrabilità delle funzioni continue su domini rettangolari. Teorema di Fubini su domini rettangolari. Integrale di una funzione su un insieme limitato. Integrabilità di una funzione continua su un dominio normale. Teorema di Fubini in domini normali.

Integrazione per parti e teorema della divergenza. Formule di Gauss-Green in domini normali. Teorema della divergenza su domini normali in dimensione due. Partizione dell'unità in domini regolari. Teorema della divergenza su domini regolari in dimensione due. Applicazione del teorema della divergenza - Laplaciano, equazione del calore, variazione della temperatura totale e flusso di calore attraverso il bordo di un insieme regolare.

Formula di Stokes. Teorema di Stokes su domini normali in dimensione due. Orientazione in dimensione due. Curve che parametrizzano il bordo di un insieme in senso antiorario. Formula di Stokes su domini regolari in dimensione due. Le formule di Gauss-Green come conseguenza della formula di Stokes. Diffeomorfismi e orientazione in domini bidimensionali. Cambio delle variabili in dimensione due. Integrazione in coordinate polari in \mathbb{R}^2 . Integrale della Gaussiana.

Integrazione su superfici parametriche. Superfici parametriche in dimensione due. Superfici parametriche equivalenti. Integrale di una 2-forma su una superficie parametrica in dimensione due. Integrazione su superfici parametriche equivalenti. Formula di Stokes per le superfici. Prodotto vettoriale in dimensione tre. Divergenza e rotore di un campo in dimensione tre. Versore normale a una superficie. Versore normale su superfici equivalenti. Integrazione di funzioni su superfici. Teorema del rotore. Applicazione della formula di Stokes - Legge di Faraday e la terza equazione di Maxwell.