

Esame orale AM1
Definizioni ed esempi

Successioni

Domanda 1. *Definizione di successione convergente di numeri reali*

Domanda 2. *Definizione di successione divergente*

Domanda 3. *Definizione di successione limitata*

Domanda 4. *Definizione di successione limitata superiormente*

Domanda 5. *Definizione di successione limitata inferiormente*

Domanda 6. *Esempio di successione convergente*

Domanda 7. *Esempio di successione limitata ma non convergente*

Domanda 8. *Esempio di una successione che tende a $+\infty$*

Domanda 9. *Esempio di una successione che converge a meno infinito.*

Domanda 10. *Esempio di una successione non limitata che non tende ne a più infinito ne a meno infinito.*

Domanda 11. *Definizione di successione convergente di numeri complessi*

Domanda 12. *Definizione di successione limitata di numeri complessi*

**Insiemi di numeri reali limitati superiormente e inferiormente.
Minimo, massimo, estremo superiore e estremo inferiore.**

Domanda 13. *Definizione di insieme limitato*

Domanda 14. *Definizione di insieme limitato superiormente*

Domanda 15. *Definizione di insieme limitato inferiormente*

Domanda 16. *Definizione di minimo*

Domanda 17. *Definizione di massimo*

Domanda 18. *Definizione di maggiorante*

Domanda 19. *Definizione di minorante*

Domanda 20. *Definizione di estremo superiore*

Domanda 21. *Definizione di estremo inferiore*

Domanda 22. *Dare un esempio di un insieme limitato superiormente ma non inferiormente.*

Domanda 23. *Esempio di un insieme limitato inferiormente ma non superiormente*

Domanda 24. *Esempio di un insieme non limitato superiormente ne inferiormente*

Domanda 25. *Esempio di un insieme (con infiniti elementi) che ammette un minimo*

Domanda 26. *Esempio di un insieme (con infiniti elementi) che ammette un massimo*

Domanda 27. *Esempio di un insieme che non ammette un massimo, ma è limitato superiormente.*

Domanda 28. *Esempio di un insieme che non ammette un minimo, ma è limitato inferiormente.*

Domanda 29. *Sia A un insieme di numeri reali che ammette un massimo. Dimostrare che il massimo di A è unico.*

Domanda 30. *Sia A un insieme di numeri reali che ammette un minimo. Dimostrare che il minimo di A è unico.*

Domanda 31. *Sia A un insieme di numeri reali limitato superiormente. Dimostrare che A ammette un estremo superiore.*

Domanda 32. *Sia A un insieme di numeri reali limitato superiormente e che quindi ammette un estremo superiore. Dimostrare che l'estremo superiore è unico.*

Domanda 33. *Sia A un insieme di numeri reali limitato inferiormente. Dimostrare che A ammette un estremo inferiore.*

Domanda 34. *Sia A un insieme di numeri reali limitato inferiormente e che quindi ammette un estremo inferiore. Dimostrare che l'estremo inferiore è unico.*

Domanda 35. *Supponiamo che l'insieme A sia tale che $\inf A = \max A$. Quanti elementi ha A ?*

Funzioni. Limiti e derivate.

Domanda 36. *Definizione di punto di aderenza di un insieme di numeri reali*

Domanda 37. *Definizione di limite di una funzione in un punto*

Domanda 38. *Definizione di funzione continua in un punto*

Domanda 39. *Definizione di funzione continua su un intervallo*

Risposta: Sia $I \subset \mathbb{R}$ un intervallo ($I = [a, b]$, $[a, b)$, $(a, b]$ oppure (a, b)). Diciamo che la funzione $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ è continua su I , se lo è in ogni punto $x_0 \in I$.

Domanda 40. *Definizione di una funzione derivabile in un punto*

Domanda 41. *Sia $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile nel punto $x_0 \in (a, b)$. Dimostrare che f è continua in x_0 .*

Domanda 42. *Dimostrazione del fatto che la funzione $f(x) = x$ è derivabile in ogni punto $x_0 \in \mathbb{R}$.*

Domanda 43. *Dimostrazione del fatto che la funzione $f(x) = x^2$ è derivabile in ogni punto $x_0 \in \mathbb{R}$.*

Domanda 44. *Dimostrazione del fatto che la funzione $f(x) = \frac{1}{x}$ è derivabile in ogni punto $x_0 \in \mathbb{R}$.*

Domanda 45. *Definizione di estremo superiore di una funzione*

Domanda 46. *Definizione di estremo inferiore di una funzione*

Domanda 47. *Definizione di massimo di una funzione*

Domanda 48. *Definizione di minimo di una funzione*

Domanda 49. *Sia $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile sull'intervallo aperto (a, b) . Supponiamo che f ammette un minimo su (a, b) e supponiamo che tale minimo sia raggiunto nel punto $x_0 \in (a, b)$,*

$$f(x_0) = \min_{x \in (a, b)} f(x).$$

Dimostrare che $f'(x_0) = 0$.

Domanda 50. *Sia $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile sull'intervallo aperto (a, b) . Supponiamo che f ammette un massimo su (a, b) e supponiamo che tale massimo sia raggiunto nel punto $x_0 \in (a, b)$,*

$$f(x_0) = \max_{x \in (a, b)} f(x).$$

Dimostrare che $f'(x_0) = 0$.

Serie

Domanda 51. *Definizione di serie convergente*

Domanda 52. *Definizione di serie divergente*

Domanda 53. *Esempio di una serie convergente*

Domanda 54. *Dare un esempio di una serie divergente $\sum_{k=1}^{+\infty} a_k$.*

Domanda 55. *Dare un esempio di una serie divergente $\sum_{k=1}^{+\infty} a_k$ tale che $\lim_{k \rightarrow +\infty} a_k = 0$.*

Domanda 56. *Supponiamo che $\sum_{k=1}^{+\infty} a_k$ sia una serie convergente. Dimostrare che $\lim_{k \rightarrow +\infty} a_k = 0$.*

Integrale di Riemann

Domanda 57. *Definizione di una funzione integrabile secondo Riemann*
