Università degli Studi di Pisa – Corso di Laurea in Ingegneria Civile Ambientale Edile

18. 1. 2017

Prova scritta parziale #1 – test A

Cognome	
Nome	**Matricola**

1. Data la linea di livello $c = 1$ per la funzione $f(x, y) = xy - x^2 + y^2$, scrivere l'equazione della retta normale nel punto $(0, 1)$.

2. Si consideri la regione nel primo quadrante del piano x,y delimitata dalla curva $x^2 + 2y^2 = 1$ e dal segmento di estremi $(1, 0)$ e $(0, 1/\sqrt{2})$. Scriverla come dominio normale rispetto all'asse y.

3. Calcolare l'integrale della funzione $f(x, y) = x / (1 + x^2 + y^2)$ nel dominio descritto dalle condizioni $x \geq 0$, $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$.

4. Data una funzione $f(x, y)$ di classe C^2 in un aperto di R^2 e dato un punto $P_0 = (x_0, y_0)$ stazionario, scrivere le condizioni sulle derivate seconde sufficienti a concludere che P_0 è di massimo locale.

5. Per una funzione di n variabili dare la definizione di derivata parziale i-esima in un punto.

6. Data la successione di funzioni $f_n(x) = (x^2 - x)^n$ nell'intervallo $[0, 1]$, calcolare il limite puntuale $f(x)$ e la norma $\| f_n - f \|$. Dedurre se la convergenza è anche uniforme.

Per ogni domanda bisogna riportare sul retro del foglio, in maniera chiara, solo la risposta esatta (e non il procedimento seguito).
Non si possono usare libri ed appunti.
Qualunque apparecchiatura elettronica va lasciata spenta e non a portata di mano.
L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.

Università degli Studi di Pisa – Corso di Laurea in Ingegneria Civile Ambientale Edile

18. 1. 2017

Prova scritta parziale #1 – test B

Cognome	
Nome	**Matricola**

1. Data la linea di livello c = 1 per la funzione $f(x, y) = -xy + x^2 + y^2$, scrivere l'equazione della retta normale nel punto (1 , 0).

2. Si consideri la regione nel primo quadrante del piano x,y delimitata dalla curva $4x^2 + y^2 = 1$ e dal segmento di estremi (0 , 1) e (1/2 , 0). Scriverla come dominio normale rispetto all'asse y.

3. Calcolare l'integrale della funzione $f(x, y) = x / (1 + x^2 + y^2)$ nel dominio descritto dalle condizioni $x \geq 0$, $4 \leq x^2 + y^2 \leq 16$.

4. Data una funzione f (x , y) di classe C^2 in un aperto di R^2 e dato un punto $P_0 = (x_0, y_0)$ stazionario, scrivere le condizioni sulle derivate seconde sufficienti a concludere che P_0 è di minimo locale.

5. Per una funzione di n variabili dare la definizione di derivata direzionale in un punto.

6. Data la successione di funzioni $f_n(x) = n(x-1)x^{-n}$ nell'intervallo $[1, +\infty)$, calcolare il limite puntuale f (x) e la norma $\| f_n - f \|$. Dedurre se la convergenza è anche uniforme.

Per ogni domanda bisogna riportare sul retro del foglio, in maniera chiara, solo la risposta esatta (e non il procedimento seguito).
Non si possono usare libri ed appunti.
Qualunque apparecchiatura elettronica va lasciata spenta e non a portata di mano.
L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.

Per ogni domanda riportare, in maniera chiara e completa, solo la risposta (e non il procedimento seguito).

1.
2.
3.
4.
5.
6.

Università degli Studi di Pisa – Corso di Laurea in Ingegneria Civile Ambientale Edile

18. 1. 2017

Prova scritta parziale #1 – seconda parte [A]

1.

Data la funzione

$$f(x,y) = 1 - x^3 + 12\sqrt{x^2 + y^2}$$

- trovarne (se esistono) massimo e minimo nell'insieme $\{ (x,y) : 1 < x < 3 \}$
- trovarne (se esistono) massimo e minimo assoluti e locali nell'insieme $\{ (x,y) : x^2 + y^2 \leq 9 \}$.

2.

Un corpo con densità di massa costante occupa la regione di spazio ottenuta ruotando attorno all'asse z il dominio $A = \{ (x,z) : 2x^2 - z \leq 1 , \ x \geq 0 , z \leq 1 \}$: trovarne il baricentro.

3.

Dato il problema $u' = (u - 1) \operatorname{arctg}(tu)$, $u(0) = 2$, spiegare perché ha una ed una sola soluzione; di tale soluzione provare che esiste su tutto R e calcolare i limiti per $t \to +\infty$ e per $t \to -\infty$.

In questa seconda parte le risposte ad ogni domanda devono essere giustificate.
Risposte non giustificate non saranno prese in considerazione, anche se corrette.
Non si possono usare libri ed appunti.
Qualunque apparecchiatura elettronica va lasciata spenta e non a portata di mano.
L'inosservanza di queste norme comporta automaticamente l'annullamento della prova.

Università degli Studi di Pisa – Corso di Laurea in Ingegneria Civile Ambientale Edile

18. 1. 2017

Prova scritta parziale #1 – seconda parte [B]

1.

Data la funzione

$$f(x, y) = 1 + x^3 + 12\sqrt{x^2 + y^2}$$

- trovarne (se esistono) massimo e minimo nell'insieme $\{ (x, y) : -4 < x < -1 \}$
- trovarne (se esistono) massimo e minimo assoluti e locali nell'insieme $\{ (x, y) : x^2 + y^2 \leq 16 \}$.

2.

Un corpo con densità di massa costante occupa la regione di spazio ottenuta ruotando attorno all'asse z il dominio $A = \{ (x, z) : 4x^2 - z \leq 1 ,\ x \geq 0 , z \leq 3 \}$: trovarne il baricentro.

3.

Dato il problema $u' = (u + 1) \operatorname{arctg}(t u)$, $u(0) = -2$, spiegare perché ha una ed una sola soluzione; di tale soluzione provare che esiste su tutto R e calcolare i limiti per $t \to +\infty$ e per $t \to -\infty$.

In questa seconda parte le risposte ad ogni domanda devono essere giustificate.
Risposte non giustificate non saranno prese in considerazione, anche se corrette.
Non si possono usare libri ed appunti.
Qualunque apparecchiatura elettronica va lasciata spenta e non a portata di mano.
L'inosservanza di queste norme comporta automaticamente l'annullamento della prova.