

Analisi Matematica I

Prova scritta del 13.1.2021 [A]

1.

Risolvere l'equazione differenziale $y' = \frac{1 + \operatorname{sen} y}{\cos y}$, $|y| < \pi/2$ e tracciare il grafico di alcune soluzioni significative, precisando il dominio di definizione.

2.

Studiare la convergenza della successione definita per ricorrenza da

$$x_1 = 0, \quad x_{n+1} = -\frac{1}{4} x_n^2 + x_n + \frac{1}{2}.$$

3.

Provare che per ogni fissato $n \in \mathbb{N}$ l'equazione $x^n = \cos x$, $x \in [0, 1]$ ha una ed una sola soluzione α_n ; provare poi che la successione α_n ammette limite e calcolarne il valore.

4.

Studiare la funzione $f(x) = x + \arcsen \frac{1}{\sqrt{|x|}}$ e tracciarne il grafico.

Lo studio della derivata seconda è richiesto.

Dire se esiste finita l'area della regione di piano compresa tra il grafico della funzione e l'asintoto a $+\infty$, a destra della retta $x = 1$.

Analisi Matematica I

Prova scritta del 13.1.2021 [B]

1.

Risolvere l'equazione differenziale $y' = \frac{\operatorname{sen} y - 1}{\cos y}$, $|y| < \pi/2$ e tracciare il grafico di alcune soluzioni significative, precisando il dominio di definizione.

2.

Studiare la convergenza della successione definita per ricorrenza da

$$x_1 = 0, \quad x_{n+1} = -\frac{1}{4} x_n^2 + x_n + \frac{1}{2}.$$

3.

Provare che per ogni fissato $n \in \mathbb{N}$ l'equazione $1 - x^n = \operatorname{sen} x$, $x \in [0, 1]$ ha una ed una sola soluzione α_n ; provare poi che la successione α_n ammette limite e calcolarne il valore.

4.

Studiare la funzione $f(x) = x + \arccos \frac{1}{\sqrt{|x|}}$ e tracciarne il grafico.

Lo studio della derivata seconda è richiesto.

Dire se esiste finita l'area della regione di piano compresa tra il grafico della funzione e l'asintoto a $+\infty$, a destra della retta $x = 1$.

