Analisi Matematica - Corsi A , B , R

Prova scritta parziale n.4 del 26 maggio 2009 [1]

1.

Calcolare

$$\int \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2}\, dx$$

Successivamente considerare gli integrali

$$\int_0^1 \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2}\, dx \quad , \quad \int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2}\, dx$$

e stabilire se esistono finiti, utilizzando un opportuno criterio; in caso affermativo, calcolarli.

2.

Risolvere la seguente equazione differenziale :

$$y'' - 5y' + 4y = (1 + 2x - 3x^2)\, e^x .$$

3.

Studiare la convergenza della seguente serie al variare del parametro reale x :

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\log n}{n^2}\, x^n$$

4.

Sia f (x) una funzione continua in $[1, +\infty)$ tale che

$$\lim_{x \to +\infty} e^x f(x) = 1.$$

Spiegare che cosa si può dedurre circa l'esistenza dell'integrale $\int_1^{+\infty} f(x)\, dx$.

Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate.

Analisi Matematica - Corsi A , B , R

Prova scritta parziale n.4 del 26 maggio 2009 [2]

1.

Calcolare

$$\int \frac{\log(1+\sqrt[3]{x})}{\sqrt[3]{x}}\,dx\,.$$

Successivamente considerare gli integrali

$$\int_0^1 \frac{\log(1+\sqrt[3]{x})}{\sqrt[3]{x}}\,dx\,,\quad \int_1^{+\infty} \frac{\log(1+\sqrt[3]{x})}{\sqrt[3]{x}}\,dx$$

e stabilire se esistono finiti, utilizzando un opportuno criterio; in caso affermativo, calcolarli.

2.

Risolvere la seguente equazione differenziale :

$$y'' + 4y = (3x^2+4)\,\mathrm{sen}\,2x\,.$$

3.

Studiare la convergenza della seguente serie al variare del parametro reale x :

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}\,\log n}\,x^n$$

4.

Sia a_n una successione tale che

$$a_n \log n \to 1$$

Spiegare che cosa si può dedurre circa la convergenza della serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate.