Esercitazione scritta del 27.11.2020

Prima parte

1. Scrivere il campo di esistenza della funzione $\operatorname{arcsen} \dfrac{x}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}}$.

2. Siano $A \subset R$, $x_0 \in R$, A^C = complementare di A , $U(x_0)$ = intorno di x_0 .

   Considerare la proposizione :

   $$\forall U(x_0) \, , \, U(x_0) \cap A \neq \emptyset \ \text{ e } \ U(x_0) \cap A^C \neq \emptyset$$

   Scegliere tra gli insiemi sotto indicati quello dei punti x_0 che la verificano se $A = (0, 1]$.

   $[0,1]$, $(0,1)$, $\{0\}$, $\{0,1\}$, $\emptyset$, R

3. Dell'equazione in campo complesso $z^3 |z| + 8\bar{z} = 0$ scrivere (se esiste) la soluzione tale che $Re z > 0$, $Im z > 0$.

4. Date le funzioni $f(x) = tgx$, $g(x) = sen\, 2x$ con $0 \le x \le \pi/4$, trovare dove è verificata la tesi del teorema di Cauchy.

5. Calcolare massimo e minimo di $senx - |\cos x|$, con $0 \le x \le 2\pi$.

6. Calcolare il limite della successione $\begin{cases} x_1 = 4 \\ x_{n+1} = \sqrt{\dfrac{x_n^2 + 27}{x_n + 1}} \end{cases}$, $\forall n \in N$

7. Calcolare la derivata di $(x^2 + 1)^{3x}$.

8. Dire per quali valori del parametro k l'equazione $\dfrac{e^x}{1 + 4e^{2x}} = k$ ammette un'unica soluzione.

Soluzioni

1. R
2. { 0 , 1 }
3. $\sqrt{2}\ (1+i)$
4. $\arccos \frac{\sqrt{1+\sqrt{5}}}{2}$
5. M = 1 , m = - $\sqrt{2}$
6. 3
7. $(x^2+1)^{3x}\left(3\log(x^2+1) + \frac{6x^2}{x^2+1} \right)$
8. k = 1/4