

Introduzione alla Matematica

Prova scritta del 7. 02. 08

1. Punti 9

Risolvere le seguenti disequazioni :

$$(a) \quad \frac{2 \operatorname{sen} (x / 2 - \pi / 4) - 1}{\operatorname{sen} x \cos 2x - 1} > 0, \quad x \in [0, 2\pi]$$

$$(b) \quad \sqrt{1 - 2 \operatorname{sen} x} - 2 \sqrt{\operatorname{sen} x} < -1.$$

2. Punti 10

Data la funzione $f(x) = \log_2 \arccos 2^{-1/x}$,

- (a) trovarne campo di esistenza, segno, zeri
- (b) trovarne l'immagine
- (c) provare (per via algebrica, non per via grafica) che è invertibile e scriverne l'inversa
- (d) provare che è monotona
- (d) tracciarne il grafico.

3. Punti 5

Al variare del parametro k , trovare quante soluzioni ha l'equazione $\cos^2 x + 2 \cos x - k = 0$ con la condizione che sia $0 \leq x \leq \pi / 2$.

4. Punti 6

Utilizzando il principio di induzione, provare che la successione

$$x_1 = 0, \quad x_{n+1} = \frac{1 + x_n}{2 + x_n}$$

è ben definita e monotona.