

Istituzioni di Matematiche I

Prova scritta parziale n.2 del 17. 01 . 07

1. (punti 9)

Calcolare

$$\int \frac{2x}{\sqrt{4x^2 + 4x + 2}} dx .$$

2. (punti 7)

Risolvere l'equazione differenziale

$$y' = e^{x-y}$$

e tracciare il grafico di alcune soluzioni significative , dopo averne indicato il campo di esistenza.

3. (punti 5)

Studiare la convergenza della seguente serie al variare del parametro reale x

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{n+1} \right)^n x^n .$$

4. (punti 12)

Data la funzione

$$f(t) = \frac{e^t}{t(t-1)} ,$$

provare che non è integrabile in alcun intorno di 0, di 1 e di $+\infty$, mentre lo è in un intorno di $-\infty$.

Utilizzare queste informazioni per studiare la funzione integrale

$$F(x) = \int_x^{2x} f(t) dt$$

e tracciarne il grafico . Lo studio della derivata seconda non è richiesto.

N.B. : la seconda parte del problema può essere svolta anche senza aver dimostrato i risultati della prima parte .