

Istituzioni di Matematiche I  
Prova scritta del 25 giugno 2007

1. ( punti 9 )

Studiare le principali proprietà e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = 2x + \arcsen \frac{x}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}}.$$

E' richiesto anche lo studio della derivata seconda.

2. ( punti 8 )

Risolvere l'equazione differenziale  $y' = \frac{y^3 + y}{x}$  ; precisare il campo di esistenza delle soluzioni e tracciare il grafico di alcune di esse.

3. ( punti 5 )

Calcolare  $\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{2x-x^2}}$  .

4. ( punti 4 )

Studiare la convergenza della serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 1} e^{nx}$  .

5. ( punti 6 )

Usando la formula di Taylor, calcolare il limite per  $x \rightarrow 0$  della funzione

$$\frac{3 \sqrt[3]{1 + \sin^2 x} - 5 + 2 \cos x}{(\cos x) \sqrt{1 - x^2} - 1 + x^2}.$$