

Introduzione alla Matematica

Prova scritta del 13 . 09 . 07

1. (punti 9)

Data la funzione $f(x) = \log^2 x - \log x$, trovarne il campo di esistenza, il segno e l'immagine; provare che non è invertibile, ma lo diventa se ristretta all'intervallo $(0, 1]$. Di questa restrizione scrivere l'immagine e la funzione inversa; utilizzando la definizione, provare anche che è decrescente.

2. (punti 7)

Disegnare i grafici delle funzioni

$$e^{1/\operatorname{tg} x}, \quad \log|\operatorname{tg}(x - \pi/2)|$$

in un intervallo di ampiezza il periodo, ricavandoli per passi successivi da quello di funzioni elementari note.

3. (punti 4 + 5)

Risolvere le seguenti disequazioni

$$\sqrt{|x^2 - 4|} > 1 - |x|.$$

$$\frac{\operatorname{sen} x + 2 \operatorname{cos} x}{2 \operatorname{sen}^2 x + \operatorname{cos} x - 2} \geq 0$$

4. (punti 5)

Due vettori OA e OB di lunghezza rispettivamente 1 e 2 formano un angolo di 15° . Trovare la lunghezza del vettore somma OS e gli angoli che OS forma con i vettori dati.