

Introduzione alla Matematica - C. di L. in Chimica Molecolare

Prova scritta del 7 dicembre 2006

1. (punti 6)

Data la funzione $f(x) = \arccos \left| \frac{x+1}{x-1} \right|$, trovarne il C.E. e gli zeri e tracciarne il grafico, deducendolo per passi successivi da quello di opportune funzioni elementari note.

2. (punti 6)

Data la successione definita per ricorrenza da

$$x_1 = 0, \quad x_{n+1} = \frac{x_n^2 + x_n + 1}{x_n + 2}$$

facendo uso del principio di induzione provare che è ben definita e studiarne la monotonia.

3. (punti 7)

Risolvere le seguenti disequazioni

(i) $2 \sin(x - \pi/2) = \cos(2\pi/3 + x)$

(ii) $\log_a(x-1) - \log_{1/a}(x-2) > 0$ (a parametro reale)

(iii) $\sqrt{1 - \sin x} = \sqrt{2} \sin x$

4. (punti 5)

I lati AB e AC del triangolo ABC hanno lunghezza 4 e 5 rispettivamente, mentre l'angolo tra essi compreso è ampio 60° . Trovare la lunghezza del terzo lato e l'ampiezza dei rimanenti angoli. Successivamente calcolare la lunghezza della bisettrice AK e quella dei due segmenti in cui questa divide il lato su cui cade.

5. (punti 6)

Data la funzione $f(x) = \arcsin \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$, trovarne il C.E. e l'immagine; verificare che è invertibile e scriverne l'inversa.

