Introduzione alla Matematica - C. di L. in Chimica Molecolare

Prova scritta del 27 ottobre 2006 [1]

1. (punti 8)

Date le funzioni $f(x) = \log(\arccos e^{1/x})$, $g(x) = e^{\arccos \log(1/x)}$ trovarne il C.E. e tracciare il grafico della prima, deducendolo per passi successivi da quello di opportune funzioni elementari note.

2. (punti 6)

Data la successione definita per ricorrenza da

$$x_1 = 2 \quad , \quad x_{n+1} = \frac{x_n^3}{x_n^2 - x_n + 4}$$

facendo uso del principio di induzione, provare che è ben definita e monotòna.

3. (punti 8)

Risolvere le seguenti disequazioni

(i) $\sqrt{|x^2 - 1|} > x + 2$

(ii) $\dfrac{2\cos^2(x/2) - \operatorname{sen} x}{\operatorname{tg} x + 1} < 0$

4. (punti 4)

In un triangolo ABC si ha AB = 1, BC = 2, cosABC = -1/2. Trovare la lunghezza del terzo lato, la misura degli angoli, l'area del triangolo.

5. (punti 7)

Data la funzione $f(x) = \log(1 - 2 \operatorname{sen} x)$, trovarne il C.E. (che di seguito sarà indicato come A), gli zeri e il segno. Provare che la sua restrizione all'insieme $A \cap [-\pi/2, \pi/2]$ è invertibile e scriverne l'inversa.

Prova scritta del 27 ottobre 2006 [2]

1. (punti 8)

Date le funzioni $f(x) = \log(\arccos e^{1/x})$, $g(x) = e^{\arccos \log(1/x)}$ trovarne il C.E. e tracciare il grafico della seconda, deducendolo per passi successivi da quello di opportune funzioni elementari note.

2. (punti 6)

Data la successione definita per ricorrenza da

$$x_1 = -1 \quad , \quad x_{n+1} = \frac{x_n^{\,3}}{x_n^{\,2} + x_n + 4}$$

facendo uso del principio di induzione, provare che è ben definita e monotòna.

3. (punti 8)

Risolvere le seguenti disequazioni

(i) $\sqrt{|x^2 - 1|} > x - 2$

(ii) $\dfrac{2 \operatorname{sen}^2(x/2) - \operatorname{sen} x}{\operatorname{tg} x - 1} > 0$

4. (punti 4)

In un triangolo ABC si ha AB = 1, BC = 2, cosABC = -1/2. Trovare la lunghezza del terzo lato, la misura degli angoli, l'area del triangolo.

5. (punti 7)

Data la funzione $f(x) = \log(1 - 2\cos x)$, trovarne il C.E. (che di seguito sarà indicato come A), gli zeri e il segno. Provare che la sua restrizione all'insieme $A \cap [0, \pi]$ è invertibile e scriverne l'inversa.