



**Quesito 1.** Se sono dati 11 generatori di

$$\{p(z) \in \mathbb{C}_{\leq 7}[\mathbb{C}] : p'(1+i) = p''(3-2i) = p(7) - p(5i)\}$$

quanti bisogna scartarne per avere una base?



**Quesito 2.** Trovare la base  $\mathcal{B}$  di  $\mathbb{R}^2$  per cui si ha

$$\left[ \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \end{pmatrix} \right]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \left[ \begin{pmatrix} 13 \\ 2 \end{pmatrix} \right]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$



**Quesito 3.** Se

$$X = \{x \in \mathbb{R}^{13} : 7x_5 + 9x_{10} = 14x_{13}\}$$

e  $Z, W \subset X$  sono sottospazi entrambi di dimensione 8 tali che  $Z + W \neq X$ ,  
che dimensione può avere  $Z \cap W$ ?



**Quesito 4.** Data

$$f : \{z \in \mathbb{C}^9 : (2 - i)z_3 + (4 + 3i)z_6 = 0\} \rightarrow \mathcal{M}_{3 \times 4}(\mathbb{C})$$

lineare con nucleo di dimensione 2, se  $Q \subset \mathcal{M}_{3 \times 4}(\mathbb{C})$  è un sottospazio tale che  $Q \cap \text{Im}(f)$  ha dimensione 1, che dimensione può avere  $Q$ ?



**Quesito 5.** Per quali  $t \in \mathbb{R}$  il sistema  $\begin{cases} (t+2)x - 2ty = t-2 \\ (1-4t)x + (3t+8)y = 3-2t \end{cases}$  ha infinite soluzioni?



**Quesito 6.** Se  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -7 \\ 1 & -1 & 3 \\ -5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$  calcolare  $(A^{-1})_{23}$ .



**Quesito 7.** Se  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ -2 & 5 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

calcolare i determinanti delle orlate di  $B$  in  $A$ .



**Quesito 8.** Trovare una presentazione parametrica del sottospazio di  $\mathbb{R}^4$  di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 7x_4 = 10 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 6. \end{cases}$$





**Quesito 9.** Trovare le radici complesse del polinomio

$$z^3 - (3 + 2i)z^2 + (3 + 7i)z + 2 - 6i$$

sapendo che una di esse è immaginaria pura.



**Quesito 10.** Posto  $X = \{x \in \mathbb{R}^3 : 7x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0\}$  e  $Y = \text{Span} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

calcolare la proiezione su  $X$  di  $\begin{pmatrix} -3 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}$  rispetto alla decomposizione in somma diretta  $\mathbb{R}^3 = X \oplus Y$ .



## Risposte ai quesiti

1. 5

2.  $\mathcal{B} = \left( \left( \begin{array}{c} 1 \\ -2 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 3 \\ 1 \end{array} \right) \right)$

3. Tra 5 e 8 compresi

4. Tra 1 e 7 compresi

5.  $t = 4$ 6.  $\frac{8}{37}$ 

7. -58 e -50

8.  $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + t_1 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t_2 \begin{pmatrix} 0 \\ -15 \\ 19 \\ 14 \end{pmatrix}$  con  $t_1, t_2 \in \mathbb{R}$

9.  $z_1 = 2i$ ,  $z_2 = 1 + i$ ,  $z_3 = 2 - i$ 

10.  $-\begin{pmatrix} 19 \\ 41 \\ 24 \end{pmatrix}$