Curriculum vitae et studiorum di Valentino Magnani

Dipartimento di Matematica,
Università di Pisa,
Largo Pontecorvo 5, I-56127, Pisa

ufficio n. 109, piano terra
tel: (+39) 050 2213 233
e-mail: valentino.magnani@unipi.it
https://people.dm.unipi.it/magnani/

Indice

1 Sintesi delle informazioni principali

1.1 Posizioni assunte e formazione

- Professore Associato al Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa, settore scientifico disciplinare MAT/05, dal Dicembre 2014 ad oggi.

- Ricercatore Universitario al Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa, settore scientifico disciplinare MAT/05, dal Gennaio 2004 al Novembre 2014

- Contratto di Ricerca alla Scuola Internazionale Superiore degli Studi Avanzati di Trieste, dall' Ottobre 2003 al Dicembre 2003.

- Contratto di Ricerca alla Scuola Normale Superiore di Pisa, dal Dicembre 2001 al Settembre 2003.

1.2 Abilitazione scientifica

- Abilitazione scientifica nazionale per le funzioni di professore di prima fascia, di cui all'art. 16 legge 30 dicembre 2010 n. 240, settore concorsuale 01/A3, settore scientifico disciplinare MAT/05, conseguita il 27/07/2018.

- Abilitazione scientifica nazionale per le funzioni di professore di prima fascia, di cui all'art. 16 legge 30 dicembre 2010 n. 240, settore concorsuale 01/A3, settore scientifico disciplinare MAT/05, conseguita il 30/12/2013.

1.3 Titoli di studio

- Perfezionamento in Matematica con lode, Scuola Normale Superiore di Pisa, (2002)

- Laurea in Matematica con lode, Università di Bologna, (1997).

2 Attività scientifica

2.1 Corsi su temi di ricerca e corsi di dottorato tenuti all'estero e in Italia

2.1.1 Corsi all'estero con orientamento alla ricerca

- Minicorso, *Hausdorff measure on homogeneous groups*, 10–11/07/2023, Università di Chuo, Tokyo.

- Minicorso, *Differentiability and implicit function theorem in the Heisenberg group*, 14–18/05/2018, Higher School of Economics and Interdisciplinary Scientific Center Poncelet, Mosca.

- Minicorso, *Geometric Measure Theory on stratified nilpotent Lie groups*, 05/02/2016, "Pure Analysis and PDEs seminar", Imperial College, Londra.

- Corso avanzato, *Introduction to the geometry of Heisenberg groups*, 30/01/2012–10/02/2012, Dipartimento di Matematica e Statistica, Cincinnati University.

- Corso di dottorato, *Measure of submanifolds in Carnot groups*, 31/05/2011–03/06/2011, Dipartimento di Analisi Matematica, Università di Siviglia.

- Corso avanzato, *Tangent distributions and Sobolev surfaces*, 27/04/2009–29/04/2009, Dipartimento di Matematica, Università di Praga, Progetto Erasmus.

- Corso di dottorato, *Sub-Riemannian distance on Stratified Groups*, 06/06/2008–18/06/2008, Dipartimento di Matematica e Statistica, Università di Jyväskylä.

2.1.2 Corsi in Italia con orientamento alla ricerca

- Corso di dottorato, *Elements of Geometric Analysis in finite and infinite dimensions*, corso di dottorato in Matematica, a.a. 2024/2025, Università di Pisa.

- Corso avanzato, *On the area of submanifolds in homogeneous groups*, 24/06/2024–28/06/2019, "Eleventh School on Analysis and Geometry in Metric Spaces", Levico Terme (TN).

- Corso di dottorato, *Alcuni argomenti di Analisi Geometrica in spazi metrici ed in strutture non riemanniane*, corso di dottorato in Matematica, a.a. 2017/2018, Università di Pisa.

2.2 Visite presso Università e Istituti di Ricerca

-Chuo University, 3–14 Luglio 2023, Tokyo.

-S.I.S.S.A., 14–18 Dicembre 2022 e 25–29 Gennaio 2023, Trieste.

-Centro conferenze di Bedlewo e Accademia delle Scienze di Varsavia, Simons Semester, "Geometry and analysis in function and mapping theory on Euclidean and metric measure spaces", 22 Novembre 2019–5 Dicembre 2019, Varsavia.

- KTH Royal Institute of Technology, Department of Mathematics, 11–22 Dicembre 2018, Stoccolma.

- Dipartimento di Matematica, Università di Trento, 19–23 Giugno 2018, Trento.

- Higher School of Economics and Interdisciplinary Scientific Center Poncelet, 13–19 Maggio 2018, Mosca.

- Department of Mathematics of Pittsburgh University and of Univeristy of Illinois at Urbana-Champaign, 8–18 Marzo 2017, Pittsburgh e Urbana, U.S.

- Imperial College, 4–6 Febbraio 2016, Londra.

- Centro Internazionale per la Ricerca Matematica, progetto, "Research in pairs" con Jeremy Tyson e Vasilis Chousionis, 11–15 Giugno 2014, Trento.

- Institute of Pure and Applied Mathematics (I.P.A.M.), 28/04/2013–04/05/2013, Los Angeles, U.S.

- Jyväskylä University, Department of Mathematics and Statistics, 11–21 Dicembre 2012, Jyväskylä, Finlandia.

- University of Illinois at Urbana-Champaign, Department of Mathematics, 20–27 Ottobre 2012, Urbana, U.S.

- Cincinnati University, Department of Mathematics and Statistics, 30 Gennaio 2012–10 Febbraio 2012, Cincinnati, U.S.

- Sevilla University, Department of Mathematical Analysis, 29 Maggio–4 Giugno 2011, Siviglia, Spagna.

- Warsaw University, Department of Mathematics, 15-27 Febbraio 2010, Varsavia.

- Praha University, Department of Mathematical Analysis, 27–30 Aprile 2009, Praga, Repubblica Ceca

- Jyväskylä University, Department of Mathematics and Statistics, 6–18 Giugno 2008, Jyväskylä, Finlandia

- Cincinnati University, Department of Mathematical Sciences, 8–9 Maggio 2008, Cincinnati, U.S.

- Yale University, Department of Mathematics, 14–16 Novembre 2007, Yale, U.S.

- Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, 24–30 Luglio 2005, Oberwolfach, Germania.

- Banff International Research Station, 26–31 Luglio 2003, Alberta, Canada

- Arkansas University, Department of Mathematics, 28 Febbraio–10 Marzo 2003, Fayetteville, U.S.

- Università di Berna, Svizzera, 3–21 Dicembre 2001, Berna, Svizzera.

- Max Planck Institut für Mathematik in den Naturwissenschaften, 20 Novembre–4 Dicembre 2000, Leipzig, Germania.

- University of Michigan, Department of Math. e Rice University, Department of Math., 3–13 Aprile 2000, Houston (Texas) e Ann Arbor (Michigan), U.S.

2.3 Seminari presso Conferenze, Università e Istituti di Ricerca

2.3.1 Seminari scientifici in Italia

- Febbraio 2024. "XXXIII Convegno Nazionale di Calcolo delle Variazioni", Riccione, *"Area of intrinsic graphs in homogeneous groups"*

- Febbraio 2024. "Geometric Structures Research Seminar", S.I.S.S.A., Trieste, *"Area of intrinsic graphs in homogeneous groups"*

- Novembre 2023. "Analysis Seminars", Dipartimento di Matematica, Università di Trento, *"Area of intrinsic graphs in homogeneous groups"*

- Maggio 2023. "Geometric Measure Theory", Bressanone, *"Surface measure on, and the local geometryof, sub-Riemannian manifolds"*

- Dicembre 2022. "Geometric Structures Research Seminar", S.I.S.S.A, Trieste, *"Surface area on sub-Riemannian measure manifolds"*

- Maggio 2022. “XXXI Convegno Nazionale di Calcolo delle Variazioni”, Levico Terme, “*Surface area on, and the local geometry of, sub-Riemannian measure manifolds*”

- Febbraio 2019. “PDE Workshop”, Dipartimento di Matematica, Università di Pisa, *“Obstacle-type problems for the sub-Laplacian”*

- Settembre 2018. Workshop “A sub-Riemannian day in Padova”, Dipartimento di Matematica, Università di Padova, *“Uniform measures in the Heisenberg group”*

- Febbraio 2018. “XXVIII Convegno Nazionale di Calcolo delle Variazioni”, Levico Terme, *“Verso una teoria dell’area nei gruppi stratificati”*

- Ottobre 2016. Dipartimento di Matematica, Università di Pisa, “Seminari di Calcolo delle Variazioni”, “*From coarea formula to level set differential equations*”

- Gennaio 2016. “XXVI Convegno Nazionale di Calcolo delle Variazioni”, Levico Terme, “*Ipersuperfici di Sobolev in gruppi stratificati*”

- Giugno 2015. Dipartimento di Matematica, Università di Pisa, “Incontro in onore di Luis Nirenberg”, “*Gromov’s dimension comparison problem for rectifiables sets*”

- Gennaio 2014. “XXIV Convegno Nazionale di Calcolo delle Variazioni”, Levico Terme, “*Formule di area metriche per insiemi non rettificabili*”

- Febbraio 2013. “XXIII Convegno Nazionale di Calcolo delle Variazioni”, Levico Terme, “*Differenziazione esterna tramite blow-up e applicazioni in Geometria Subriemanniana*”

- Luglio 2012. “Sub-Riemannian Geometry and PDEs”, Levico Terme, *“Regularity estimates for convex functions in Carnot-Carathéodory spaces”*

- Giugno 2012. Dipartimento di Matematica, Università di Bologna, *“Stime di regolarità per funzioni convesse rispetto a campi di Hörmander”*

- Giugno 2012. Dipartimento di Matematica, Università di Padova, *“Stime integrali per funzioni convesse rispetto a campi di Hörmander”*

- Giugno 2011. “Seventh School on Analysis and Geometry in metric spaces”, Levico Terme, Trento, *“Subdifferentiability and differentiability of h-convex functions”*

- Febbraio 2011. “XXI Convegno Nazionale di Calcolo delle Variazioni”, Levico Terme, Trento,“*Distribuzioni non integrabili e superifici di Sobolev*”

- Novembre 2008. Dipartimento di Matematica. Università di Trento, "*Formula di coarea e rettificabilità in gruppi di Carnot*".

- Aprile 2008. Ciclo di "Seminari di equazioni differenziali e applicazioni", Dipartimento di Matematica Pura e Applicata, Università di Padova, *"Geometria sub-Riemanniana, estensioni Lipschitziane e disuguaglianze isoperimetriche"*

- Febbraio 2008. "XVIII Convegno Nazionale di Calcolo delle Variazioni", Levico Terme, *"Equazioni di contatto e geometria delle funzioni"*

- Giugno 2007. "5th School on Analysis and Geometry in Metric Spaces", Levico Terme, "Contact equations, Lipschitz extensions and horizontal surfaces"

- Febbraio 2007. "Questioni di Teoria Geometrica della Misura e di Calcolo delle Variazioni", Levico Terme, Trento, *"Pansu differentiability and intrinsic submanifolds in stratified groups"*

- Giugno 2006. Dipartimento di Matematica, Università di Lecce, *"La misura sub-riemanniana indotta su una sottovarietà in un gruppo di Carnot"*

- Maggio 2006. Dipartimento di Matematica, Università di Bologna, *"Misure naturali per sottovarietà in gruppi stratificati"*

- Giugno 2006. "Meeting on subelliptic PDEs and applicatios to Geometry and Finance", Cortona, *"On Pansu differentiability"*

- Aprile 2005. Dipartimento di Matematica, Università di Bologna, *"Misure di superficie e punti caratteristici nei gruppi di Carnot"*

- Aprile 2005. Dipartimento di Matematica, Pisa, *"Rectifiable sets and currents in Heisenberg groups"* (seminario di natura espositiva)

- Maggio 2004. Centro di Ricerca Matematica Ennio De Giorgi, Pisa, *"An intrinsic notion of mass in the Heisenberg group"*

- Febbraio 2004, "Questioni di Teoria Geometrica della Misura e di Calcolo delle Variazioni", Levico Terme, *"Rettificabilità, formula di area e rigidità in gruppi stratificati"*

- Dicembre 2003. S.I.S.S.A., Trieste, *"Differentiability problems in metric spaces"* (seminario di natura espositiva)

- Aprile 2003. “Geometric Measure Theory and Calculus of Variations”, Sardagna, *“Characteristic points in stratified groups”*

- Febbraio 2003. “Questioni di Teoria Geometrica della Misura e di Calcolo delle Variazioni”, Levico Terme, Trento, *“Una formula di coarea in gruppi stratificati”*

- Gennaio 2003. S.I.S.S.A., Trieste, *“Recent developments of Geometric Measure Theory on sub-Riemannian groups”*

- Febbraio 2002. Convegno su “Questioni di Teoria Geometrica della Misura e di Calcolo delle Variazioni”, Levico Terme, *“Alcune proprietà delle funzioni BV in gruppi sub-riemanniani”*

- Giugno 2001. “Second School on Analysis and Geometry on metric spaces”, Sardagna, Trento, *“Currents in Heisenberg groups”*

- Marzo 2001. “Questioni di Teoria Geometrica della Misura e di Calcolo delle Variazioni”, Levico Terme, Trento, *“Controesempio alla differenziabilità metrica in gruppi omogenei”*

- Febbraio 2001, “Scuola di Analisi in spazi di Carnot-Caratheodory”, Trento, *“Metriche invarianti e formula di coarea su gruppi di Carnot”*

- Gennaio 2000. “Giornate di Lavoro su Calcolo delle Variazioni: Teoria Geometrica della Misura, Rilassamento e Γ-Convergenza”, Levico Terme, Trento, *“Formula dell’area in gruppi di Carnot”*

- Giugno 2000. Dipartimento di Matematica, Pisa, *“Misure di Hausdorff e mappe Lipschitziane su gruppi stratificati”*

2.3.2 Seminari scientifici all’estero

- Luglio 2023. Università di Chuo, Tokyo, *“Area of submanifolds in homogeneous groups”*

- Febbraio 2023. “Winter workshop, Progress in Analysis”, Università di Varsavia, *“Surface measure on, and the local geometry of, sub-Riemannian manifolds”*

- Dicembre 2019. “Simon Semester in ”Geometry and analysis in function and mapping theory on Euclidean and metric measure spaces”, Varsavia, Banach Center, Institute of Mathematics, Polish Academy of Sciences, *“Recent results on the intrinsic area of submanifolds in homogeneous groups”*.

- Luglio 2017. Workshop on “Geometric Measure Theory”, Warwick Mathematics Institute, Coventry, U.K., *“Remarks on Hausdorff measure and differentiability”*

- Marzo 2017. “Analysis seminar” del Dipartimento di Matematica, Università dell'Illinois ad Urbana-Champaign, U.S.A., “*Regularity and transversality for Sobolev hypersurfaces*”

- Marzo 2017. Workshop in “Analysis on Metric Spaces”, Dipartimento di Matematica, Università di Pittsburgh, U.S.A., *“Area of subsets in nilpotent groups”*

- Maggio 2016. Workshop in “Geometric Analysis in Control and Vision Theory”, Voss, Norvegia, *“On the sub-Riemannian area of submanifolds”*

- Gennaio 2015. Workshop “on Sub-Riemannian Analysis, PDE and Applications,” Berna, Svizzera, *“Perimeter Measure in Carnot Groups and the Metric Unit Ball”*,

- Novembre 2014. “Thematic day on Riemannian and sub-Riemannian geometry on Lie groups and homogeneous spaces”, Institut Henri Poincaré, Parigi, *“Surface measure in SR Geometry and shape of the unit ball”*

- Ottobre 2014. “Thematic day on minimal surfaces in sub-Riemannian geometry”, Institut Henri Poincaré, Parigi, *“Higher codimensional sub-Riemannian measures”*

- Ottobre 2014. Workshop on “Geometric Analysis on sub-Riemannian manifolds”, Institut Henri Poincaré, Parigi, *“Surface measure, shape of the unit ball and sub-Riemannian Geometry”*

- Marzo 2014. Workshop on “Geometric and Singular Analysis”, Potsdam, Germania, *“Area formulae for unrectifiable sets”*

- Maggio 2013. Workshop on “Interactions Between Analysis and Geometry”, Part III: “Non-Smooth Geometry”, I.P.A.M., Los Angeles, California, U.S.A., *“Exterior differentiation through blow-up and some applications in sub-Riemannian Geometry”*

- Marzo 2013. “Geometric and Singular Analysis”, Potsdam, Germania, *“Exterior differentiation through blow-up and some applications in sub-Riemannian geometry”*

- Dicembre 2012: “Analysis Seminar”, Department of Mathematics and Statistics, Jyväskylä Universyty, Finlandia, “*Exterior differentiation through blow-up and some applications in sub-Riemannian Geometry*”

- Dicembre 2012: “Geometry Seminar”, Department of Mathematics and Statistics, Jyväskylä University, Finalndia, “*On the sub-Riemannian measure of submanifolds*”

- Ottobre 2012. “Analysis seminar”, Department of Mathematics, Illinois University at Urbana-Champaign, U.S.A., “*On the sub-Riemannian measure of submanifolds*”

- Febbraio 2012. ”Colloquium” del Dipartimento di Matematica, Purdue University, U.S.A., “*Some aspects of Rademacher’s theorem in different contexts*”

- Maggio 2010. “Workshop on Non-Riemannian mapping theory and geometry”, Berna, Svizzera, *“Sobolev surfaces and contact equations”*

- Febbraio 2010. Seminario di Analisi Funzionale, Banach Center, Varsavia, “*Tangent distributions and Sobolev surfaces*”

- Febbraio 2010. Colloquio per gli studenti di dottorato, Banach Center, Varsavia, “*On surface measure in stratified groups*”

- Febbraio 2010. “Seminario del gruppo di Equazioni della Fisica Matematica”, Dipartimento di Matematica, Università di Varsavia, “*Elements of sub-Riemannian Geometry and convexity*”

- Settembre 2009. “Analysis on metric spaces and quasiconformal structures”, Banach International Mathematical Center, Varsavia, *“Tangent distributions and Sobolev surfaces”*

- Marzo 2009. “Geometry Seminar”, Department of Mathematics, ETH, Zurich, “*Characterization of sub-Riemannian Lipschitz continuity and some applications*”

- Gennaio 2009. Department of Mathematics and Statistics, Helsinki University, “*Lipschitz extensions, differential inclusions and isoperimetric inequalities*”

- Maggio 2008. “Colloquim talk”, Department of Mathematical Sciences. Cincinnati University, *“Surface measure in stratified groups”*

- Maggio 2008. “Analysis’ talk”, Department of Mathematical Sciences. Cincinnati University, *“Contact equations and the geometry of mappings”*

- Gennaio 2008. “Geometric Analysis and its Applications” Berna, Svizzera, *“Contact equations and the geometry of mappings”*

- Novembre 2007. “Topology-Geometry Seminars”, Yale University, Department of Mathematics, New Haven, U.S.A., *“Contact equations and the geometry of mappings”*

- Giugno 2007. “Geometric Analysis and Nonlinear PDEs”, Bedlewo, Polonia, *“Contact equations and Lipschitz extension”*

- Luglio 2006. “Geometric Analysis and applications”, Illinois University, Urbana-Champaign, *“Intrinsic blow-up of submanifolds in stratified groups”*

- Luglio 2005. “Partielle Differentialgleichungen”, Oberwolfach, *“Convexity in Carnot groups”*

- Marzo 2005. “Minimal surfaces, Subelliptic PDEs and Geometric Analysis”, Dartmouth College, Hanover, New Hampshire, U.S.A., *“Intrinsic measure of submanifolds in the Heisenberg group and applications”*

- Ottobre 2004. “American Mathematical Society”, New Mexico University, Albuquerque, New Mexico, U.S.A., *“Blow-up and coarea formula in Heisenberg groups”*

- Luglio 2004, ”Analysis on Metric Measure Spaces”, Banach Center, Bedlewo, Polonia, *“Blow-up and transverse mass of submanifolds in the Heisenberg group”*

- Luglio 2003. “Analysis and Geometric Measure Theory”, Banff Research Station, Alberta, Canada, *“Some results and open questions on coarea formula in stratified groups”*

- Marzo 2003. “Analysis and Geometry in Carnot-Carathéodory spaces”, Department of Mathematics, Arkansas University, Fayetteville, U.S.A., *“Perimeter and Hausdorff measure on stratified groups”*

- Marzo 2003. “Colloquia series”, Department of Mathematics, Arkansas University, Fayetteville, U.S.A., *“The inverse mapping theorem on stratified groups”*

- Dicembre 2001, Universität Bern, Svizzera, *“Weak differentiability of BV functions on stratified groups”*

- Novembre 2000, Max Planck Institut für Mathematik in den Naturwissenschaften, Lipsia, Germania, *“Area and Coarea formulas on Carnot groups: recent results and open problems”*

- Aprile 2000. “953 AMS Meeting” Special Session della “American Mathematical Society”, Notre Dame University, Indiana, U.S.A., *“Area formula and differentiability on stratified Lie groups”*

- Aprile 2000. Department of Mathematics, Rice University, Houston, Texas, U.S.A., *“Area formula and differentiability on stratified Lie groups”*

2.3.3 Seminari scientifici online

- Marzo 2022. AMS Spring Central Virtual Sectional Meeting, AMS Special Session on Analysis and Probability in Sub-Riemannian Geometry III, *"Surface measure in sub-Riemannian manifolds"*

- Aprile 2020. "Miniconference on Analysis and Probability in sub-Riemannian spaces" (conversione online della special session della AMS 2020, alla Purdue University), *"Area formulas for intrinsic regular submanifolds in the Heisenberg group"*

3 Attività istituzionali e organizzative

3.1 Incarichi amministrativi

- Commissione per il Riesame, per i corsi di laurea triennale e magistrale in Matematica dell'Università di Pisa, dal 7/12/2023 ad oggi.

- Commissione Carriere Studenti, per i corsi di laurea triennale e magistrale in Matematica dell'Università di Pisa, dal 7/12/2023 ad oggi.

- Referente per l'Assicurazione della Qualità per il Dipartimento di Matematica, dal 18 Gennaio 2023 al 23 gennaio 2024.

- Membro della Commissione didattica Paritetica del corso di studi in Ingegneria dell'Energia, Università di Pisa, dal 31 Gennaio 2017 al 7 Novembre 2018.

- Membro della Commissione per il Riesame della Ricerca del Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa, dal 5 Febbraio 2015 al Dicembre 2022.

- Rappresentante del Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa nel Consiglio di Gestione del Polo Didattico Universitario "Fibonacci", 2009/2010.

- Membro del collegio dei docenti del dottorato di ricerca in Matematica dell'Università di Pisa dall'a.a. 2003/2004 ad oggi.

3.2 Attivazione e proposte di nuovi corsi per la laurea in Matematica

- attivazione del corso di *Analisi Reale* con uno specifico programma proposto, a partire dall'a.a. 2018/2019.

- inserimento nel regolamento del CdS e attivazione del corso denominato *Elementi di Calcolo in Gruppi Omogenei*, nell'a.a. 2011/2012.

- attivazione del corso di *Analisi Superiore 2* con uno specifico programma proposto, nell'a.a. 2018/2019.

3.3 Terza missione

- seminario dal titolo *La Matematica: tra il concetto di numero ed alcune applicazioni*, tenuto il 6 Febbraio 2024 in occasione della Settimana Matematica organizzata dal Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa. L'evento era specialmente rivolto agli studenti dell'ultimo anno delle scuole superiori.

3.4 Organizzazione di convegni scientifici in Italia

- Calculus of Variations & Geometric Measure Theory, in collaborazione con Matteo Focardi (Università di Firenze), Matteo Novaga (Università di Pisa), Emanuele Paolini (Università di Pisa) e Aldo Pratelli (Università di Pisa), Aula Magna del Polo Fibonacci, Dipartimento di Matematica, 12–16 Giugno 2023, Pisa.

- Dispersive and subelliptic PDEs, in collaborazione con Luigi Ambrosio (Scuola Normale Superiore), Ferruccio Colombini (Università di Pisa), Vladimir Georgiev (Università di Pisa) e Tokio Matsuyama (Università di Chuo), Centro di Ricerche Matematiche Ennio De Giorgi, 10-12 Febbraio 2020, Pisa.

- Some topics of Geometric Analysis and Geometric Measure Theory, in collaborazione con Giovanni Alberti (Università di Pisa) e Dario Trevisan (Università di Pisa), Centro di Ricerche Matematiche Ennio De Giorgi, 16–17 Aprile 2019, Pisa.

- Vector Fields, Surfaces and Perimeters in Singular Geometries: a young researchers meeting in Ferrara, in collaborazione con Michele Miranda (Università di Ferrara) e Dario Trevisan (Università di Pisa), 27–28 Febbraio 2018, presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Ferrara.

- Singular Phenomena and Singular Geometries, in collaborazione con Marco Romito (Università di Pisa) e Dario Trevisan (Università di Pisa), 20–23 Giugno 2016, Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa.

- One day workshop on Symmetry, Subharmonicity and Nonsmooth vector fields, 22 Febbraio 2012, Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa.

- ERC School on Analysis in Metric Spaces and Geometric Measure Theory, in collaborazione con Luigi Ambrosio (Scuola Normale Superiore) e Stefan Wenger (University of Illinois at Chicago), 10-14 Gennaio 2011, Centro di Ricerca Matematica Ennio De Giorgi, Scuola Normale Superiore di Pisa.

- ERC Workshop on Geometric Analysis on sub-Riemannian and metric spaces, in collaborazione con Luigi Ambrosio (Scuola Normale Superiore) e Pekka Koskela (Università di Jyväskylä), 10–14 Ottobre 2011, Centro di Ricerca Matematica Ennio De Giorgi, presso la Scuola Normale Superiore di Pisa.

3.5 Organizzazione di convegni scientifici all'estero

-Organizzazione del convegno "Geometric And Variational Analysis, in memory of Jan Malý", in collaborazione con Tomasz Adamowicz (Istituto di Matematica dell'Accademia delle Scienze Polacca), Pawel Goldstein (Università di Varsavia, Polonia), Stanislav Hencl (Università Carolina, Praga, Repubblica Ceca) and Jani Onninen (Syracuse University). Periodo: 9–15 Giugno 2024. Luogo: Bedlewo, Polonia.

-Organizzazione della sessione "Geometric Function and Mapping Theory" per il convegno congiunto tra l'Unione Matematica Italiana, il SIMAI e la "Polish Mathematical Society", in collaborazione con Tomasz Adamowicz (Istituto di Matematica dell'Accademia delle Scienze Polacca) e Pawel Goldstein (Università di Varsavia). Periodo: 17–20 Settembre 2018. Luogo: Wrocław (Breslavia), in Polonia.

3.6 Organizzazione di cicli di seminari scientifici

- Responsabile scientifico e organizzativo dei *Seminari di Calcolo delle Variazioni e Analisi Geometrica* tenuti al Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa negli anni accademici 2012/2013, 2011/2012, 2010/2011.

- Responsabile scientifico e organizzativo dei *Seminari di Calcolo delle Variazioni*, tenuti al Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa negli anni accademici 2007/2008, 2006/2007, 2005/2006.

4 Finanziamenti per la ricerca

4.1 Direzione di progetti scientifici

- Coordinatore del Progetto di Ateneo, PRA 2018/49, Analisi Geometrica ed Equazioni alle Derivate Parziali in ambiti singolari e non Euclidei. Membri del progetto: Vladimir Georgiev, Pietro Majer, Marco Romito, Maurizia Rossi, Dario Trevisan, afferenti al Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa. Durata: 9 Luglio 2018–8 Luglio 2020. Finanziamento: 39500 Euro.

- Coordinatore del Progetto Mappe, misure e calcolo nonlineare in gruppi stratificati finanziato dal Gruppo GNAMPA. Membri del progetto: Gian Paolo Leonardi (Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia), Michele Miranda (Università di Ferrara), Roberto Monti (Università di Padova), Davide Vittone (Università di Padova). Durata: anno 2008. Finanziamento: 4000 Euro.

- Responsabile del progetto di ricerca "Giovani Ricercatori", titolo "Problemi di teoria geometrica della misura in gruppi stratificati". Durata: 15 Maggio 2002–15 Maggio 2003. Finanziamento: 5000 Euro.

4.2 Partecipazione a progetti scientifici

- Membro del Progetto PRIN dal titolo: *"Geometric Measure Theory: Structure of Singular Measures, Regularity Theory and Applications in the Calculus of Variations"*, bando 2022. Coordinatore nazionale: Andrea Marchese (Università di Trento). Durata: 24 mesi.

- Membro del Progetto di Ateneo, PRA 2022/85, "*Analysis and Probability in Science*". Membri afferenti al Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa: Vladimir Georgiev, Andrea Agazzi, Francesco Grotto. Responsabile: Marco Romito (Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa). Durata biennale dal 2022. Finanziamento: 30820 Euro.

- Membro del progetto *Campi vettoriali, superfici e perimetri in geometrie singolari* finanziato dal Gruppo GNAMPA. Altri membri del progetto: Gian Paolo Leonardi (Università di Modena e Reggio Emilia), Davide Vittone (Università di Padova), Sebastiano Don (Università di Padova), Michele Miranda (Università di Ferrara), Giorgio Menegatti (Università di Ferrara), Vito Buffa (Università di Ferrara). Coordinatore: Dario Trevisan (Università di Pisa). Periodo: 2017. Finanziamento: 3600 Euro.

- Membro del Progetto di Ateneo, PRA 2016/41, "*Fenomeni singolari i problemi deterministici e stocastici ed applicazioni*", 1 Gennaio 2016 - 31 Dicembre 2016, finanziato per 42774 Euro. Membri del progetto: Vieri Benci, Valeria De Mattei, Franco Flandoli, Vladimir Georgiev, Mikhail Neklyudov, Maurizio Pratelli, Marco Romito, Dario Trevisan. Responsabile: Marco Romito.

- Membro del progetto quinquennale ERC Advanced Grant dal titolo: *Geometric Measure Theory in non-Euclidean spaces*. Principal Investigator: Luigi Ambrosio (Scuola Normale Superiore). Durata 60 mesi con decorrenza 19/11/2009

- Partecipazione al progetto PRIN 2017 dal titolo: *Gradient flows, Optimal Transport and Metric Measure Structures*. Coordinatore: Luigi Ambrosio (Scuola Normale Superiore). Durata del progetto: dal 19/8/2019 al 18/10/2022.

- Partecipazione al progetto PRIN 2015 dal titolo: *Calcolo delle Variazioni*. Coordinatore: Luigi Ambrosio (Scuola Normale Superiore). Durata del progetto: dal 5/2/2017 al 5/2/2020.

- Partecipazione al progetto PRIN 2010-2011 dal titolo: *Calcolo delle Variazioni*. Coordinatore: Gianni Dal Maso (SISSA, Trieste). Durata del progetto: 36 mesi con decorrenza 01/02/2013

- Partecipazione al progetto PRIN 2008 dal titolo: *Teoria del trasporto ottimo, disuguaglianze geometriche e funzionali: applicazioni all'ottimizzazione geometrica ed allo studio di fenomeni di congestione e di ramificazione*. Coordinatore: Luigi Ambrosio (Scuola Normale Superiore). Durata del progetto: 24 mesi con decorrenza 22/03/2010.

- Partecipazione al progetto PRIN 2006 dal titolo: *Metodi Variazionali nel Trasporto di Massa e nella Teoria Geometrica della Misura: Reti Ottime di Trasporto e Ottimizzazione Geometrica*. Coordinatore: Luigi Ambrosio (Scuola Normale Superiore). Durata: 24 mesi con decorrenza 09/02/2007.

- Partecipazione al progetto PRIN 2004 dal titolo: *Calcolo delle Variazioni: applicazioni all'ottimizzazione di forma, al trasporto ottimo ed a problemi geometrici*. Coordinatore: Luigi Ambrosio (Scuola Normale Superiore). Durata 24 mesi con decorrenza 30/11/2004.

- Partecipazione al progetto PRIN 2002 dal titolo: *Teoria Geometrica della Misura e Calcolo delle Variazioni*. Coordinatore: Luigi Ambrosio (Scuola Normale Superiore). Durata: 24 mesi con decorrenza 16/12/2002.

5 Attività didattica

5.1 Didattica frontale

5.1.1 Corsi per la laurea magistrale in Matematica

- Analisi Reale, per il corso di laurea Magistrale in Matematica, Università di Pisa, a.a. 2018/2019, 2019/2020, 2020/2021, 2023/2024.

- Teoria Geometrica della Misura, per il corso di laurea Magistrale in Matematica, Università di Pisa, a.a. 2012/2013, 2022/2023.

- Elementi di Calcolo in Gruppi Omogenei, per il corso di laurea Magistrale in Matematica, Università di Pisa, a.a. 2011/2012.

- Analisi Superiore 2, per il corso di laurea Specialistica in Matematica, Università di Pisa, a.a. 2007/2008.

5.1.2 Corsi presso altri dipartimenti dell'Università di Pisa

- Complementi di Analisi Matematica, per il corso di laurea in Fisica, Università di Pisa, a.a. 2023/2024.

- Analisi Matematica (in codocenza), per il corso di laurea in Fisica, Università di Pisa, a.a. 2023/2024.

- Matematica e Statistica, per il corso di laurea triennale in Viticoltura ed Enologia dell'Università di Pisa, a.a. 2021/2022, 2022/2023, 2023/2024.

- Matematica, per il corso di la laurea triennale in Scienze Agrarie, Università di Pisa, a.a. 2019/2020, 2020/2021.

- Analisi II e Complementi di Analisi Matematica, per il corso di laurea in Ingegneria dell'Energia e Ingegneria Chimica, Università di Pisa, a.a. 2014/2015, 2015/2016, 2016/2017, 2017/2018, 2018/2019.

- Analisi I (in codocenza), per i corsi di laurea in Ingegneria Elettronica e Telecomunicazioni, Università di Pisa, a.a. 2013/2014.

- Analisi IV, per il corso di laurea triennale in Fisica, Università di Pisa, a.a. 2009/2010.

- Analisi IV (esercitazioni), per il corso di laurea in Fisica, Università di Pisa, a.a. 2009/2010, 2006/2007, 2004/2005.

- Analisi III (esercitazioni), per il corso di laurea in Fisica, Università di Pisa, a.a. 2009/2010, 2006/2007, 2004/2005.

- Analisi II (esercitazioni), per il corso di laurea in Fisica, Università di Pisa, a.a. 2008/2009, 2007/2008, 2005/2006.

- Analisi I (esercitazioni), laurea in Fisica, Università di Pisa, a.a. 2008/2009, 2007/2008, 2005/2006.

- Tutorato per gli allievi del corso di Analisi I, presso la Scuola Normale Superiore di Pisa, a.a 1999/2000, 2000/2001, 2001/2002.

5.2 Didattica integrativa

5.2.1 Tesi di laurea, di dottorato e assegni di ricerca

- Responsabile per la ricerca del Dott. Fares Essebei, con assegno di ricerca al Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa, dall' 1 Settembre 2023 al 31 Agosto 2024. L'assegno è finanziato dal Progetto di Ateneo PRA 2022/85 con responsabile Marco Romito (Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa).

- Relatore per la tesi Magistrale in Matematica del Dott. Lorenzo Cecchi, "*On the sectional curvature of Fréchet manifolds*", discussa il 15/7/2022 (attualmente dottorando in Geometria alla SISSA di Trieste)

- Relatore per la tesi Magistrale in Matematica del Dott. Daniele Tiberio, "*Vanishing and non-vanishing geodesic distances in infinite dimensions*", discussa il 25/9/2020 (attualmente dottorando in Analisi alla SISSA di Trieste)

- Relatore per la tesi Magistrale in Matematica del Dott. Giacomo Maria Leccese, "*Differentiation of measures and area formulas in metric spaces*", discussa il 25/9/2020 (attualmente dottorando in Analisi alla SISSA di Trieste)

- Relatore per la tesi Magistrale in Matematica del Dott. Omar Quilici, "*Structures of homogeneous groups and intrinsic differentiability*", discussa il 13/7/2018.

- Responsabile per la ricerca della Dott.ssa Aleksandra Zapadinskaya, con posizione di postdottorato al Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa, dal Settembre 2014 all'Agosto 2015.

- Relatore per la tesi di dottorato del Dott. Matteo Scienza, "*Differentiability properties and characterizations of h-convex functions*", discussa il 15/02/2013 al Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa.

5.2.2 Premio a tesi di laurea proposta

- Premio Con.Scienze, assegnato al Dott. Daniele Tiberio, per la migliore tesi di laurea magistrale discussa nel biennio 1 Agosto 2020–31 Luglio 2022, all'interno di tutte le discipline scientifiche. Maggiori informazioni sono disponibili all'indirizzo web http://www.conscienze.it/premi_2122_vincitori.asp, vedi anche le Sezioni 5.2.1 e 6.6.

- L'articolo [10] nella Sezione 7.1, su cui è incentrata la tesi Magistrale del Dott. Daniele Tiberio, rappresenta l'esempio più semplice di annullamento della distanza geodetica in dimensione infinita, menzionato anche su Wikipedia.

6 Ambito scientifico e alcune linee di ricerca

Le citazioni che appaiono nelle seguenti sezioni si riferiscono alle numerazioni delle pubblicazioni elencate nella Sezione 7.

6.1 Cenni al contesto scientifico e alle motivazioni

Le prime idee del progetto di sviluppare l'Analisi e la Geometria in strutture metriche più generali di quella euclidea sono già presenti nella relazione di E. M. Stein, al Congresso Internazionale di Matematica tenutosi a Nizza nel 1970. In tale ambito, lo spazio ambiente viene esteso a frontiere di gruppi semisemplici non compatti o frontiere di spazi simmetrici. Più in generale Stein sintetizza questi speciali ambienti con la nozione di gruppo di Lie nilpotente munito di una famiglia di dilatazioni ed una norma, i quali rappresentano un modello di speciali frontiere. Nel 1975 G. B. Folland introduce la più specifica classe dei gruppi nilpotenti *stratificati*, assieme ai relativi spazi funzionali, mostrando come in essi possa essere sviluppata un'opportuna estensione dell'Analisi per Equazioni alle Derivate Parziali. Tale estensione sarà pertanto "modellata sulla geometria di tale famiglia di gruppi di Lie nilpotenti". Qui la controparte della noncommutatività si riflette nel fatto che gli operatori associati, cosiddetti sublaplaciani sono ellittici degeneri.

Nello stesso periodo lo studio del "passaggio allo spazio frontiera" si afferma sorprendentemente anche in Geometria Differenziale, motivato dal famoso Teorema di Rigidità ottenuto da G. D. Mostow per varietà iperboliche di dimensione maggiore di due. Gli sviluppi di tali risultati vengono presentati da Mostow proprio nello stesso Congresso Internazionale di Matematica del 1970. Per il suo teorema di rigidità, Mostow utilizza svariati strumenti matematici, ove un passaggio importante consiste nell'osservare che una mappa quasiconforme della palla aperta n-dimensionale si estende ad una mappa quasiconforme della frontiera. Pertanto tale mappa è quasi ovunque differenziabile e questa differenziabilità è un punto saliente del metodo che porta alla rigidità. Nel 1989 P. Pansu completa lo studio dei teoremi di rigidità di Mostow introducendo la cosiddetta classe dei gruppi di Carnot e una naturale nozione di differenziabilità per la quale ottiene un'estensione del teorema di Rademacher. Incidentalmente tali gruppi di Carnot appartengono proprio alla classe dei gruppi stratificati introdotti diversi anni prima da Folland, ove si dotino di una distanza cosiddetta subriemanniana. Più in generale Folland e Stein introducono i gruppi omogenei, che includono i gruppi stratificati e rappresentano infiniti modelli di geometrie che tra loro sono "diverse ad ogni scala" e nel caso commutativo includono lo spazio di Banach di dimensione finita. Pertanto anche lo spazio euclideo ne è un caso particolare. Sebbene le distanze che metrizzano i gruppi omogenei abbiano un comportamento "anisotropo" e "frattale", la loro struttura è ancora sufficientemente ricca, in quanto sono compatibili sia con una famiglia di dilatazioni che con l'operazione di gruppo. Per questa ragione i gruppi omogenei si possono vedere come un punto di incontro tra l'Analisi classica e l'Analisi in spazi metrici.

L'idea di sviluppare metodi analitici e geometrici in spazi metrici dotati di una opportuna misura è nata gradualmente da diversi settori della Matematica. Nei primi anni settanta R. R. Coifmann e G. Weiss mostrarono come molti risultati classici dell'Analisi Armonica si potevano estendere a "spazi metrici di tipo omogeneo", che ora sono meglio noti come "spazi metrici doubling". H. Federer nella sua monumentale monografia "Geometric Measure Theory" del 1969 già introduce il concetto di insieme rettificabile in spazi metrici e fornisce nel medesimo ambiente vari teoremi di differenziabilità per misure. Alcuni raffinamenti e correzioni sono stati ottenuti in [5] e [19], presentando una nuova formula di differenziazione di misure. La motivazione del risultato non è dovuta solo all'assenza di un teorema di ricoprimento di Besicovitch nei gruppi stratificati, ma anche all'esigenza di trovare costanti esplicite che colleghino la misura sferica con la misura di area subriemanniana, [12]. In particolare il lavoro [17] corregge la formula che lega il perimetro e la misura sferica, ottenuta in precedenti lavori di Franchi, Serapioni e Serra Cassano nei primi anni duemila.

De Giorgi verso metà degli anni novanta concepì un'affascinante teoria delle correnti puramente metrica, che fu poi completata nel 2000 da L. Ambrosio e B. Kirchheim, ottenendo il teorema di Plateau metrico. Purtroppo tale generalità non include le geometrie dei gruppi stratificati in quanto non sono in generale rettificabili, come mostrato per la prima volta in [43]. I gruppi stratificati, noti anche come "gruppi di Carnot", rimangono pertanto oggetti ancora misteriosi e ricchi di potenziali sviluppi. Ad esempio, il classico teorema di rettificabilità di De Giorgi per insiemi di perimetro finito non ha ancora una sua soluzione in questo contesto generale.

Gli aspetti scientifici fin qui descritti sono naturalmente molto lontani dal rappresentare un quadro esaustivo, ma oltre ad alcune importanti motivazioni per gli studi sviluppati in questi anni, intendono dare anche un cenno di come gli ambienti matematici costituiti dai gruppi stratificati rappresentino un punto di incontro tra diverse linee di ricerca in svariati settori dell'Analisi e della Geometria. Non è peraltro meno importante il fatto che questi studi spesso portino a punti di vista nuovi, che rimangono tali anche quando si restringono agli ambiti classici, costituiti da ambienti euclidei o riemanniani.

6.2 Teoria Geometrica della Misura

6.2.1 Formule di area per la misura di Hausdorff

Un problema basilare nello sviluppo della Teoria Geometrica della Misura in gruppi omogenei è quello del determinare formule esplicite per calcolare l'area di un insieme sufficientemente regolare, utilizzando la distanza del gruppo per ottenere la relativa misura di Hausdorff. Si ottiene così la nozione di area di superficie indotta dalla geometria del gruppo. La natura "frattale" della distanza del gruppo non consente una soluzione del problema con formule o metodi classici, in quanto non esistono parametrizzazioni lipschitziane di molte superfici lisce. In altre parole può accadere che le superfici differenziabili in senso classico possano essere singolari rispetto la distanza del gruppo. Occorrono quindi nuove formule di area astratte già in un contesto puramente metrico [19]. Potenziali applicazioni di tali formule sono la classificazione delle dimensioni di Hausdorff di opportune classi di "sottovarietà intrinseche" e una teoria delle correnti nel contesto dei gruppi. Se gli insiemi di cui vogliamo misurare l'area sono opportune immagini lipschitziane tra gruppi, allora possiamo applicare una formula di area analoga a quella classica, [49], che è anche generalizzabile, sotto opportune condizioni, ad un codominio di dimensione infinita, [24]. Ciò che caratterizza in modo nuovo tali problemi è il caso di insiemi che non possono essere visti come immagini di mappe Lipschitziane rispetto le distanze dello spazio ambiente. Questo problema si è superato nel lavoro [17], utilizzando un teorema di differenziabilità di misure ottenuto in [19]. Ne consegue l'ottenimento di precise formule di area per la misura perimetro, utilizzando una qualunque distanza omogenea del gruppo. La differenziazione di misure in [19], poiché coinvolge principalmente delle misure di Hausdorff, si può leggere anche come una "formula di area in spazi metrici" che se applicata a superfici regolari richiede una precisa "misura ausiliaria". Tale misura è costituita dall'area intrinseca introdotta in [36]. La formula di area nei gruppi si ottiene infine combinando [19] con teoremi di trascurabilità per i punti singolari, [22], [40]. Nel recente lavoro [12] si trattano sistematicamente ed in modo unificato una serie di casi molto generali, ove è possibile calcolare la misura di Hausdorff sferica di sottovarietà. Lo sviluppo di tale trattazione incontra una complicazione naturale, dovuta alla relazione tra fibrato tangente della sottovarietà e la gradazione indotta su ogni spazio tangente dalla struttura graduata del gruppo. Tale relazione condurrebbe quindi ad una classificazione delle superfici in varie famiglie, a seconda della struttura algebrica dei loro coni tangenti. La relazione tra area e cono tangente omogeneo diventa ancora più importante quando la superficie che consideriamo non ha regolarità euclidea, ovvero consideriamo grafici intrinseci, sia nel gruppo di Heisenberg [2] che in gruppi omogenei generali. Anche in quest'ultimo caso è stato possibile ottenere una formula di area per grafici intrinseci [55], assumendo solo che il grafico sia intrinsecamente differenziabile con continuità. Tale ipotesi risulta molto naturale e migliora tutti i precedenti risultati determinando tramite un doppio blow-up la formula esplicita per lo jacobiano. Questo anche se naturale dal punto di vista della geometria del gruppo, rimane anche sorprendente in quanto le superfici di cui calcoliamo l'area da un punto di vista euclideo potrebbero non essere "oggetti frattali" non rettificabili, come mostrato in un lavoro di B. Kirchheim e F. Serra Cassano del 2004.

6.2.2 Formule di coarea e varietà intrinsecamente regolari

Lo sviluppo di una Teoria Geometrica della Misura in gruppi non commutativi nilpotenti richiede anche la validità di formule di coarea. Nel caso classico euclideo, o riemanniano, tali formule sono una conseguenza della formula di area opportunamente applicata agli insiemi di livello. Utilizzando teoremi di differenziabilità per misure doubling, si può mostrare che c'è in effetti un principio generale che porta alla formula di coarea ogni volta che abbiamo formule di area per gli insiemi di livello. Questo è stato dimostrato per mappe definite nei gruppi di Heisenberg, [33]. Appare sorprendente che, sebbene in questo contesto si possano avere funzioni lipschitziane che non sono differenziabili in senso classico su insiemi di misura positiva, per tali funzioni valgano comunque formule di coarea, [42]. Anche se una disuguaglianza nella formula di coarea per mappe lipschitziane tra gruppi stratificati vale sempre [48], la disuguaglianza opposta richiede più informazioni sulla "rettificabilità intrinseca" degli insiemi di livello. Questo problema è ancora ampiamente aperto in quanto occorre determinare e studiare tali nuove nozioni di rettificabilità adattate alla geometria del gruppo. Ne risultano nuove motivazioni per studiare varietà intrinseche, modellate rispetto la struttura algebrica di una coppia di gruppi stratificati. Questo tipo di varietà furono introdotte in [40] e studiate in [26], all'interno del progetto di sviluppare un calcolo differenziale per mappe tra gruppi stratificati. In [26] sono stati provati opportuni teoremi del rango e della mappa implicita, in assenza di differenziabilità classica, i quali hanno caratterizzato le stesse varietà intrinseche. Lo studio delle mappe tra gruppi stratificati ha anche portato ad applicazioni per ottenere opportune famiglie di disuguaglianze isoperimetriche "di dimensione bassa", [32].

6.2.3 Misure uniformi

Un importante problema nella Teoria Geometrica della Misura classica è quello di classificare le misure uniformi di una data dimensione. Precisamente intendiamo delle misure μ con la proprietà

$$\mu(B(x,r)) = cr^k$$

per ogni x che sta nel supporto della misura e $r > 0$, dove k è un intero positivo. Ad esempio se $k = 1$ si può mostrare che tale misura deve essere supportata su una retta. Se $k = n - 1$, dove n è la dimensione dello spazio, si ha una completa classificazione per un risultato di Kowalski e Preiss. In generale non è nota una classificazione per le altre dimensioni. Tale problematica coinvolge la struttura geometrica dello spazio ambiente ed è quindi estremamente interessante capire se sia possibile lo studio di tale classificazione in una geometria non commutativa, come quella del gruppo di Heisenberg. Dei primi risultati di classificazione sono stati ottenuti in [8].

6.2.4 Formula di Gauss-Green e campi con misura di divergenza

Se pensiamo alla classica formula di Gauss-Green

$$\int_E \mathrm{div} F\, dx = \int_{\mathcal{F}E} \langle F, \nu \rangle d\mathcal{H}^{n-1}$$

possiamo notare che essa avrebbe senso anche se $\mathrm{div}F$ fosse solo una misura. Il membro destro dell'equazione invece può formularsi anche se l'insieme E ha solo perimetro finito, pur di considerare la frontiera ridotta $\mathcal{F}E$ ed avere un'opportuna nozione di traccia del campo $\langle F, \nu \rangle$. Nel contesto dei gruppi stratificati, i campi naturali da considerare sono le sezioni del fibrato orizzontale, alle quali si chiede di avere divergenza distribuzionale corrispondente ad una misura. Tramite opportuni teoremi di approssimazione è possibile definire tracce generalizzate e ottenere infine varie versioni della formula di Gauss-Green e di integrazione per parti, sotto ipotesi molto generali, [9]. Tale teoria comprende anche i "pairings" introdotti e studiati da G. Anzellotti, ma ottenuti con tecniche diverse. La teoria dei campi con misura di divergenza ha notevoli applicazioni non solo in Teoria Geometrica della Misura, ma anche nella Meccanica dei Continui e nella Teoria delle Leggi di Conservazione. Tale studio nel contesto più generale di campi vettoriali in strutture non commutative apre quindi nuovi scenari e diversi possibili sviluppi.

6.3 Analisi Geometrica

6.3.1 Superfici di Sobolev e distribuzioni non integrabili

Il classico teorema di Frobenius in Geometria Differenziale dà una condizione necessaria e sufficiente, ovvero l'involutività, per cui una distribuzione di sottospazi ammetta delle superfici tangenti, almeno localmente. Tale questione nel gruppo di Heisenberg è legata all'esistenza di superfici con dimensione di Hausdorff assegnata. Qui Z. Balogh, J. T. Tyson e I. R. Hoefer-Isenegger in un lavoro del 2006 pongono il problema di stabilire se tali superfici possono esistere nelle classi di Sobolev quando viene loro assegnata una "dimensione di Hausdorff frattale". Le equazioni di contatto introdotte in [32] e particolarizzate in questo contesto conducono alla forma analitica del problema menzionato, la cui completa risoluzione è data in [20]. L'aspetto tecnico rilevante di questo approccio al problema consiste nel fornire un metodo per ottenere una differenziabilità esterna molto debole, anche quando la già debole differenziabilità esterna distribuzionale non è applicabile. Tali tecniche sono state estese in [16] ad ipersuperfici di un qualunque gruppo stratificato, dove occorre superare alcune questioni puramente algebrico-differenziali ed introdurre uno speciale integrale orientato su sfere per forme differenziali di Sobolev.

6.3.2 Convessità nei gruppi e rispetto a campi vettoriali

La differenziabilità approssimata del secondo ordine per funzioni con derivate orizzontali seconde che siano misure, [45], è stata utilizzata per ottenere un teorema di differenziabilità del secondo ordine per funzioni *h-convesse*. Tali funzioni nel caso differenziabile si possono caratterizzare con l'avere un opportuno hessiano "non lineare" semidefinito positivo. In [39] si studiano varie caratterizzazioni geometriche e differenziali per la h-convessità, dando delle condizioni generali per avere la differenziabilità del secondo ordine. La completa caratterizzazione distribuzionale della h-convessità si è ottenuta in [27], utilizzando elementi di teoria del potenziale ed il già menzionato risultato di ipoellitticità dovuto a L. Hörmander. In [25] sono state caratterizzate alcune nozioni di differenziabilità del primo e del secondo ordine per funzioni h-convesse tramite uno speciale "sottodifferenziale orizzontale", completando alcune questioni poste in letteratura. In [18] si sono ottenute stime di regolarità sufficientemente generali da includere funzioni convesse rispetto a campi vettoriali di Hörmander. Questa convessità, introdotta in un lavoro di M. Bardi e F. Dragoni del 2011, estende l'h-convessità a spazi dove non c'è un'operazione di gruppo. Questa assenza di struttura algebrica viene superata in [18] tramite stime di oscillazione quantitative per sottosoluzioni di opportuni sublaplaciani di Hörmander.

6.3.3 Misura perimetro in varietà subriemanniane

La nozione di insiemi di perimetro finito per campi vettoriali fu introdotta in un lavoro di L. Capogna, D. Danielli e N. Garofalo del 1994 nel contesto delle disuguaglianze di Sobolev rispetto a campi vettoriali. In [21] si estende e si studia tale nozione di perimetro intrinseco in varietà sub-Riemanniane orientate da una forma volume, ottenendo un teorema di blow-up del perimetro per campi vettoriali di passo due, senza però ottenere un calcolo esplicito della densità. Tale calcolo viene realizzato nel recente lavoro [1], ottenendo una formula di area esplicita per la misura perimetro rispetto la misura sferica ottenuta dalla distanza sub-Riemanniana. Il risultato è tecnicamente complesso in quanto richiede un doppio blow-up: precisamente quello uniforme dello spazio ambiente e quello della superficie. Il primo richiede un'opportuna applicazione della teoria del grado, per garantire che la carta uniforme con cui si ottiene il blow-up non degeneri ad un punto mentre si posta in un intorno del punto di blow-up.

6.4 Equazioni differenziali ordinarie singolari e discretizzazioni

La geometria dei gruppi stratificati consente anche di formulare un problema di Cauchy rispetto ad una naturale nozione di lipschitzianità per campi vettoriali, rispetto la distanza del gruppo. Sorge quindi naturale la questione dell'unicità delle soluzioni in questo contesto, con l'obiettivo più generale di capire l'equazione del trasporto nei gruppi. È possibile mostrare che per questa lipschitzianità intrinseca non c'è unicità [14]. Le equazioni differenziali appaiono anche quando si studiano superfici di bassa regolarità, introdotte come insiemi di livello di mappe non differenziabili in senso classico. La differenziabilità rispetto la geometria del gruppo ammette una formulazione discreta di tali equazioni differenziali, nello stesso spirito dei "rough paths" ed è possibile mostrare teoremi di esistenza, unicità e dipendenza continua dai dati. Tutto questo porta sorprendentemente a formule di area e coarea per mappe definite sul gruppo di Heisenberg che hanno una regolarità intrinseca $C^{1,\alpha}$, [13].

6.5 Equazioni differenziali subellittiche alle derivate parziali

In ogni gruppo stratificato possiamo introdurre una distanza subriemanniana invariante a sinistra, in quanto i campi dell'algebra di Lie nel primo strato per ipotesi generano tutta l'algebra di Lie tramite l'iterazione dei commutatori. La medesima condizione è stata individuata da Hörmander come l'ipotesi per ottenere l'ipoellitticità del sub-Laplaciano anche in contesti più generali. Questo venne provato da Hörmander in un importante lavoro del 1967, da cui si è sviluppata una vasta area di ricerche con lavori di Rothschild, Stein, Nagel, Wainger e molti altri autori.

In tale contesto subellittico è anche possibile affrontare il classico problema dell'ostacolo, il quale ha una vastissima letteratura in ambito classico. La versione subellittica di tale problema è stata risolta da N. Garofalo, D. Danielli e S. Salsa quando l'ostacolo ha un segno ben definito, ottenendo la regolarità $C^{1,1}$ intrinseca della soluzione. Per tale problema si utilizza quindi il sublaplaciano

$$\Delta_H = \sum_{j=1}^{m} X_j^2, \tag{1}$$

che è un operatore ellittico degenere, dove X_j sono opportuni operatori differenziali del primo ordine. Tale operatore Δ_H è ipoellittico per il risultato di Hörmander già menzionato. Lo studio del problema dell'ostacolo nella sua formulazione variazionale è noto. Esso corrisponde alla seguente equazione

$$\Delta_H u = f\chi_{\{u>0\}},$$

dove appunto il segno della u è definito. Il punto è che possiamo ottenere una regolarità ottimale anche per l'equazione

$$\Delta_H u = f\chi_{\{u\neq 0\}},$$

che non ha una formulazione variazionale. Tale problema, detto "dell'ostacolo senza segno" richiede un approccio molto diverso rispetto al classico problema dell'ostacolo. Le tecniche coinvolte si basano su stime BMO, la relazione tra la matrice hessiana della soluzione e la misura dell'insieme di coincidenza ed il metodo di Caffarelli dell'approssimazione con polinomi armomici. Tali tecniche sono stata implementate in [6] per ottenere la regolarità "sharp" $C^{1,1}$ intrinseca.

6.6 Analisi Geometrica in dimensione infinita

L'estensione della formula di area [49] con codominio infinito dimensionale e noncommutativo porta ad una precisa definizione di gruppo omogeneo nilpotente di Banach, studiato in [24]. Durante il corso di dottorato dell'a.a. 2017/2018, vedi Sezioni 2.1.2 e 5.2.2, con l'idea di estendere il calcolo in gruppi omogenei di dimensione infinita, emerge in modo naturale la questione riguardante l'esistenza di distanze geodetiche che possano metrizzare tali gruppi. A quel tempo non c'era consapevolezza delle problematiche annesse alla questione. La domanda viene da subito affrontata in collaborazione con D. Tiberio, arrivando ad una semplice risposta negativa, ovvero la distanza geodetica può essere identicamente nulla. Tale fenomeno risultava nuovo anche nel caso classico di varietà hilbertiane di dimensione infinita, [10].

I primi esempi di distanze geodetiche nulle erano stati trovati da Y. Eliashberg e L. Polterovich nel 1993 e da P. W. Michor e D. Mumford nel 2005, sia in varietà che in gruppi di Lie modellati su spazi di Fréchet. Pertanto la costruzione della speciale metrica in [10] mostra che tale fenomeno singolare avviene anche in varietà infinito dimensionali più semplici, come quelle modellate su uno spazio di Hilbert. In [3] si è stato mostrato che anche la presenza di un'operazione di gruppo non commutativa e di una metrica riemanniana invariante a sinistra non sono sufficienti per evitare l'annullamento della distanza geodetica. Precisamente si è considerato il gruppo di Heisenberg modellato su una varietà hilbertiana. Sfruttando un'importante formula del 1966, ottenuta da V. I. Arnold nel contesto dell'idrodinamica e successivamente studiata anche da Michor e Ratiu, si è potuto calcolare la curvatura sezionale su molti piani e mostrare il suo "scoppiamento" in prossimità dell'annullamento della distanza tra punti distinti. Questo collegamento con la curvatura sezionale fu intuito per la prima volta da P. Michor e D. Mumford nel già citato lavoro del 2005, spiegandolo come un "attorcigliamento infinito" della varietà su se stessa, che permette di avere cammini sempre più corti tra quelli che connettono i due punti distinti. Gli stessi autori congetturano che l'annullamento della distanza geodetica implica sempre uno scoppiamento della curvatura sezionale. Recentemente, nel lavoro [54] tale congettura è stata verificata in una classe di gruppi infinito dimensionali che includono il gruppo di Heisenberg hilbertiano ed estendono i gruppi di tipo H di dimensione finita. È interessante notare che A. Kaplan nel 1980 introdusse i gruppi di tipo H per mostrare che le soluzioni fondamentali dei loro sublaplaciani, definiti in (1), hanno una forma analoga a quella euclidea o a quella nel gruppo di Heisenberg, evidenziando una grande ricchezza di simmetrie. Tali simmetrie sono fondamentali nella costruzione di [3].

7 Pubblicazioni

7.1 Pubblicazioni di ricerca

1. Surface measure on, and the local geometry of, sub-Riemannian manifolds, *(con S. Don)*, Calc. Var. Partial Differential Equations, vol. 62 (2023), n.9, art. 254, 42 p
2. Area formula for regular submanifolds of low codimension in Heisenberg groups, *(con F. Corni)*, Adv. Calc. Var., vol. 16 (2023), n.3, 665-688
3. On the Michor-Mumford phenomenon in the infinite dimensional Heisenberg group, *(con D. Tiberio)*, Rev. Mat. Complut., vol. 36 (2023), n.3, 973-989
4. Rotational symmetries and spherical measure in homogeneous groups, J. Geom. Anal., vol. 32 (2022), n.4, Paper No. 119, 31 p
5. A study of measure-theoretic area formulas, *(con G. Leccese)*, Ann. Mat. Pura Appl. (4), vol. 201 (2022), n.3, 1505–1524
6. Optimal regularity of solutions to no-sign obstacle-type problems in stratified groups, *(con Andreas Minne)*, Anal. PDE, vol. 15 (2022), n.6, 1429–1456
7. Characterizations of k-rectifiability in homogenous groups, *(con K.O. Idu e F.P. Maiale.)*, J. Math. Anal. Appl., vol. 500 (2021), n.2, 125120, 20 p
8. On uniform measures in the Heisenberg group, *(con V. Chousionis e J.T. Tyson)*, Adv. Math., vol. 363 (2020), 106980, 42 p
9. The Gauss-Green theorem in stratified groups, *(con G.E. Comi)*, Adv. Math., vol. 360, (2020), 106916, 85 p
10. A remark on vanishing geodesic distances in infinite dimensions, *(con D. Tiberio)*, Proc. Amer. Math. Soc., vol. 148 (2020), n.8, 3653-3656

11. Porosity and Differentiability of Lipschitz maps from stratified groups to Banach homogeneous groups, *(con A. Pinamonti e G. Speight)*, Ann. Mat. Pura Appl. (4), vol. 199 (2020), n.3, 1197-1220

12. Towards a theory of area in homogeneous groups, Calc. Var. Partial Differential Equations, vol. 58 (2019), n.3, art. 91, 39 p

13. A rough calculus approach to level sets in the Heisenberg group, *(con D. Trevisan ed E. Stepanov)*, J. London Math. Soc. (2), (2018), 1-28

14. On Lipschitz vector fields and the Cauchy problem in homogeneous groups, *(con D. Trevisan)*, Commun. Contemp. Math., vol. 20 (2018), n.5, 1750057, 21 p

15. Some remarks on densities in the Heisenberg group, Ann. Acad. Sci. Fenn. Math., vol. 42 (2017), 357-365

16. A Gromov's dimension comparison estimate for rectifiable sets, *(con A. Zapadinskaya)*, Selecta Math. (N.S.), vol. 23 (2017), n.2, 1153-1174

17. A new differentiation, shape of the unit ball and perimeter measure, Indiana Univ. Math. J., vol. 66 (2017), n.1, 183-204

18. Regularity estimates for convex functions in Carnot-Carathéodory spaces, *(con M. Scienza)*, Rev. Mat. Iberoamericana, vol. 32 (2016), n.3, 835-858

19. On a measure theoretic area formula, Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A, vol. 145 (2015), 885-891

20. A low rank property and nonexistence of higher dimensional horizontal Sobolev sets, *(con J. Malý e S. Mongodi)*, J. Geom. Anal., vol. 25 (2015), n.3, 1444-1458

21. BV functions and sets of finite perimeters in sub-Riemannian manifolds, *(con L. Ambrosio e R. Ghezzi)*, Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire, vol. 32 (2015), n.3, 489-517

22. On transversal submanifolds and their measure, *(con J. T. Tyson e D. Vittone)*, J. Anal. Math., vol. 125 (2015), 319-351

23. Removable sets for Lipschitz harmonic functions on Carnot groups, *(con V. Chousionis e J. T. Tyson)*, Calc. Var. Partial Differential Equations, vol. 53 (2015), n.3-4, 755-780

24. Radon–Nikodym property and area formula for Banach homogeneous group targets, *(con T. Rajala)*, Int. Math. Res. Not., vol. 23 (2014), 6399-6430

25. Characterizations of differentiability for h-convex functions in stratified groups, *(con M. Scienza)*, Ann. Sc. Norm. Super. Pisa Cl. Sci., vol. 13 (2014), 675-697

26. Towards Differential Calculus in stratified groups, J. Aust. Math. Soc., vol. 95 (2013), n.1, 76-128

27. H-convex distributions in stratified groups, *(con A. Bonfiglioli, E. Lanconelli e M. Scienza)*, Proc. Amer. Math. Soc., vol. 141 (2013), n.10, 3633-3638

28. Measure of curves in graded groups, *(con R. Korte)*, Illinois J. Math., vol. 56 (2012), n.2, 353-366

29. An area formula in metric spaces, Colloq. Math., vol. 124 (2011), n.2, 275-283

30. Intersections of intrinsic submanifolds in the Heisenberg group, *(con G. P. Leonardi)*, J. Math. Anal. Appl. **378** (2011), no. 1, 98-108

31. Blow-up estimates at horizontal points and applications, J. Geom. Anal. **20** (2010), n.3, 705-722

32. Contact equations, Lipschitz extensions and isoperimetric inequalities, Calc. Var. Partial Differential Equations, vol. 39 (2010), 233-271

33. Area implies coarea, Indiana Univ. Math. J., vol. 60, (2011), n.1, 77-100

34. Nonexistence of horizontal Sobolev surfaces in the Heisenberg group, Proc. Amer. Math. Soc. **138** (2010), n.5, 1785-1791

35. Measure of submanifolds in the Engel group, *(con E. Le Donne)*, Rev. Mat. Iberoamericana, vol. 26 (2010), n.1, 333-346

36. An intrinsic measure for submanifolds in stratified groups, *(con D. Vittone)*, J. Reine Angew. Math. **619** (2008), 203-232

37. Non-horizontal submanifolds and coarea formula, J. Anal. Math., vol. 106 (2008), 95-127

38. Blow-up of regular submanifolds in Heisenberg groups and applications, Cent. Eur. J. Math., vol. 4 (2006), n.1, 82-109

39. Lipschitz continuity, Aleksandrov theorem and characterizations for H-convex functions, Math. Ann., vol. 334 (2006), n.1, 199-233

40. Characteristic points, rectifiability and perimeter measure on stratified groups, J. Eur. Math. Soc. **8** (2006), n.4, 585-609

41. Differentiability from the representation formula and the Sobolev–Poincarè inequality, Studia Math., vol. 168 (2005), n.3, 251-272

42. The coarea formula for real-valued Lipschitz maps on stratified groups, Math. Nachr., vol. 278 (2005), n.14, 1689-1705

43. Unrectifiability and rigidity in stratified groups, Arch. Math., vol. 83 (2004), n.6, 568-576

44. Note on coarea formulae in the Heisenberg group, Publ. Mat., vol. 48 (2004), n.2, 409-422

45. Weak differentiability of BV functions on stratified groups, *(con L. Ambrosio)*, Math. Z., vol. 245 (2003), 123-153

46. A blow-up theorem for regular hypersurfaces on nilpotent groups, Manuscripta Math., vol. 110 (2003), n.1, 55-76

47. A counterexample to metric differentiability, *(con B. Kirchheim)*, Proc. Ed. Math. Soc., vol. 46 (2003), 221-227.

48. On a general coarea inequality and applications, Ann. Acad. Sci. Fenn. Math., vol. 27 (2002), 121-140.

49. Differentiability and Area formula on stratified Lie groups, Houston J. Math., vol. 27 (2001), n.2, 297-323.

7.2 Pubblicazioni di carattere espositivo

50. Lipschitz estimates for convex functions with respect to vector fields, Bruno Pini Mathematical Analysis Seminar, **1**, 60-71, (2012)

51. Spherical Hausdorff measure of submanifolds in Heisenberg groups, Ricerche Mat. **54** (2006), n.2, 607-613

52. Convexity in Carnot groups, Partielle Differentialgleichungen, Oberwolfach, vol. 2., Report 33, p.11-16, (2005)

7.3 Monografia

53. Elements of Geometric Measure Theory on Sub-Riemannian groups, Scuola Normale Superiore, Pisa, 2002. viii+195 pp. ISBN: 88-7642-152-1

7.4 Preprints

54. The Michor-Mumford conjecture in Hilbertian H-type groups, *(con D. Tiberio)*, disponibile su arXiv:2404.04583

55. Area of intrinsic graphs in homogeneous groups, *(con F. Corni)*, disponibile su arXiv:2311.06638

8 Premi

- Mahony–Neumann–Room prize 2019, assegnato dall'Australian Mathematical Society per l'articolo intitolato "Towards differential calculus in stratified groups", J. Aust. Math. Soc. 95 n.1 (2013), 76– 128, doi:10.1017/S1446788713000098

Pisa, 6 Giugno 2024