Corso di Laurea in Informatica Applicata
Analisi Matematica
Foglio di esercizi 6

(a) Utilizzando la definizione di limite, verificare che

(1) $$\lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{2n+3} = \frac{1}{2}$$

(2) $$\lim_{n\to\infty} \frac{n}{\sqrt{n}+1} = +\infty$$

(3) $$\lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^n n}{(-1)^n n + 1} = 1$$

(b) Calcolare i seguenti limiti (di successioni)

(1) $$\lim_{n\to\infty} \frac{2n - \cos n}{3n + \sin n}$$

(2) $$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n^2+3}\,(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

(3) $$\lim_{n\to\infty} \frac{n^2+1}{2^n}$$

(4) $$\lim_{n\to\infty} \frac{\log(e^n+1)}{n}$$

(5) $$\lim_{n\to\infty} \frac{\log(e^n+n)}{n}$$

(6) $$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n^2 + cosn}$$

(7) $$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{1+\sin n} - \sqrt{1+\cos n}}{n}$$

(8) $$\lim_{n\to\infty} \frac{[\sqrt{n}]}{\sqrt{n}}$$

(9) $$\lim_{n\to\infty} \left(1 + \sin\frac{1}{n}\right)^n$$

(10) $$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{2n+1}{2n-1}\right)^{2n}$$

(11) $$\lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{\sqrt{n^2+n}}$$

(12) $$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{4n^2 + 2n + 5}$$

(13) $$\lim_{n\to\infty} \frac{2^n + (-2)^n}{3^n}$$

(14) $$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{n^2}$$

(15) $$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{\sqrt{n^2+k}}$$

(16) $$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \log\big(1 + \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}\big)$$

(17) $$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{1+\frac{1}{n}}$$

(18) $$\lim_{n\to\infty} \Big(\frac{1+2+\cdots+n}{n+2} - \frac{n}{2}\Big)$$

(19) $$\lim_{n\to\infty} (\sqrt{n} - \sqrt[3]{n})$$

(20) $$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n} - \sqrt[3]{n}}{\sqrt{n}}$$

(21) $$\lim_{n\to\infty} \frac{2^n - 1}{2^n + 1}$$

(22) $$\lim_{n\to\infty} \frac{2^{1/n} - 1}{2^{1/n} + 1}$$

(23) $$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$$

(suggerimento: osservare che

$$\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1})$$

(24) $$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(2k-1)(2k+1)}$$

(suggerimento: osservare che

$$\frac{1}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{1}{2}\Big(\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1}\Big))$$