

Corsi di Laurea in Ingegneria Elettronica e Telecomunicazioni - Università di Pisa.

QUARTA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA I

*Consegnare il testo, e un **unico** foglio in bella copia, senza la minuta. Le risposte ai quesiti devono essere accompagnate dalle opportune motivazioni teoriche e dai calcoli necessari.*

Esercizio 1.

Sia a un numero reale positivo e $b := a - \log(e^a - 1)$. Provare che

- a. $b > 0$
- b. $\max(a, b) \geq \log 2$.

Esercizio 2.

a. Per ogni $k \in \mathbb{N}$ determinare il polinomio $P_k(x)$ di grado minore od uguale a k verificante, per ogni $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} P_k'(x) = P_k(x) - \frac{x^k}{k!} \\ P_k(0) = 1 \end{cases}$$

(Per capire il caso generale può essere d'aiuto risolvere prima il problema per $k = 1, 2$.)

b. Calcolare il limite $\lim_{k \rightarrow +\infty} P_k(x)$.

Esercizio 3.

Sia $f(x) = e^{1-x} - e^{3-3x}$.

- a.) Disegnare un grafico di f mettendone in evidenza gli zeri, i punti critici, gli intervalli di monotonia e convessità.
- b.) Verificare in particolare che f ha un unico punto di flesso e determinare il più grande intervallo contenente questo punto sul quale f risulti invertibile.
- c.) Si calcoli la derivata prima di detta funzione inversa nel punto di flesso.