Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra lineare e Analisi II - A.A. 2009/2010

ESERCITAZIONE 5.2

(Cognome)	(Nome)	(Numero di matricola)

- Calcolare i seguenti limiti (indicare N.E. se il limite non esiste)

$\lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{x-y}{x^2+y^2} = 1$ $\quad \lim_{(x,y)\to(1,2)} \frac{x\cdot y}{x^2+y^2} = \frac{2}{5}$ $\quad \lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{x^4+y^4}{x^2+y^2} = 1$

$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x-y}{x^2+y^2} = \text{N.E.}$ $\quad \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x\cdot y}{x^2+y^2} = \text{N.E.}$ $\quad \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^4+y^4}{x^2+y^2} = 0$

$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x(x^2+y^2)}{x^2+3y^2} = 0$ $\quad \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} = \text{N.E.}$ $\quad \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\ln(1+x^2+y^2)}{x^2+y^2} = 1$

$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{1}{x^2+y^2} = +\infty$ $\quad \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin(x^4+y^4)}{x^2+y^2} = 0$ $\quad \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{(x^2+y^2)}}{x^2+y^2} = +\infty$

$\lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{x^2\cdot y^2}{x^2+y^2} = 0$ $\quad \lim_{(x,y)\to(\pi,0)} \frac{\sin(x^2\cdot y^2)}{x^2+y^2} = 0$ $\quad \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{(x^2+y^2)}-1}{x^2+y^2} = 1$

$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2\cdot y^2}{x^2+y^2} = 0$ $\quad \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin(x^2\cdot y^2)}{x^2+y^2} = 0$ $\quad \lim_{(x,y)\to(0,1)} \frac{e^{(x^2+y^2)}}{x^2+y^2} = e$

$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \arctan(x+y^2) = 0$ $\quad \lim_{(x,y)\to\infty} \arctan(x^2+y^2) = \frac{\pi}{2}$ $\quad \lim_{(x,y)\to(0,1)} \arctan(\frac{x^2+y^2}{x+y^2}) = \frac{\pi}{4}$

- Data $f(x,y) = x^3 + xy^2$ allora:

$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2 + y^2$ $\quad \frac{\partial f}{\partial y} = 2xy$ $\quad \nabla f(1,1) = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

- Data $f(x,y) = \cos(xy) + y^2$ allora:

$\frac{\partial f}{\partial x} = -y\sin(xy)$ $\quad \frac{\partial f}{\partial y} = -x\sin(xy) + 2y$ $\quad \nabla f(0,1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

- Data $f(x,y) = \frac{1}{x^2+y^2}$ allora:

$\frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{2x}{(x^2+y^2)^2}$ $\quad \frac{\partial f}{\partial y} = -\frac{2y}{(x^2+y^2)^2}$ $\quad \nabla f(1,1) = \begin{pmatrix} -1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$

- Data $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$ allora:

$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$ $\quad \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ $\quad \nabla f(1,1) = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}$

- Data $f(x,y) = \ln(x+y)$ allora:

$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{x+y}$ $\quad \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{x+y}$ $\quad \nabla f(1,1) = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$

• Data $f(x,y) = \; 2x^3 + xy^2$ determinare l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(1,1,f(1,1))$

$$z = 7x + 2y - 6$$

• Data $f(x,y) = \; 2x + xy^2$ determinare l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(2,1,f(2,1))$

$$z = 3x + 4y - 4$$

• Data $f(x,y) = \; \cos(xy) + \sin(x)$ determinare l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(0,1,f(0,1))$

$$z = x + 1$$

• Sia Γ la seguente curva di $\mathbb{R}^3$: $\gamma(t) : \begin{cases} x_1 = & \cos(t) \\ x_2 = & \sin(t) \\ x_3 = & 2t \end{cases}$ Determinare l'equazione parametrica della retta tangente a Γ nel punto $\gamma(\pi)$

$$\text{retta tangente: } \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -t \\ x_3 = 2\pi + 2t \end{cases}$$

• Sia Γ la seguente curva di $\mathbb{R}^3$: $\gamma(t) : \begin{cases} x_1 = & \cos(3t) \\ x_2 = & \sin(2t) \\ x_3 = & 4t \end{cases}$ Determinare l'equazione parametrica della retta tangente a Γ nel punto $\gamma(\pi)$

$$\text{retta tangente: } \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2t \\ x_3 = 4\pi + 4t \end{cases}$$

• Sia Γ la seguente curva di $\mathbb{R}^3$: $\gamma(t) : \begin{cases} x_1 = & 3t \\ x_2 = & t^2 \\ x_3 = & 5t \end{cases}$ Determinare l'equazione parametrica della retta tangente a Γ nel punto $\gamma(1)$

$$\text{retta tangente: } \begin{cases} x_1 = 3 + 3t \\ x_2 = 1 + 2t \\ x_3 = 5 + 5t \end{cases}$$

• Sia Γ la seguente curva di $\mathbb{R}^3$: $\gamma(t) : \begin{cases} x_1 = & t \\ x_2 = & t^2 \\ x_3 = & t^3 \end{cases}$ Determinare l'equazione parametrica della retta tangente a Γ nel punto $\gamma(2)$

$$\text{retta tangente: } \begin{cases} x_1 = 2 + t \\ x_2 = 4 + 4t \\ x_3 = 8 + 12t \end{cases}$$

• Sia Γ la seguente curva di $\mathbb{R}^3$: $\gamma(t)$: $\begin{cases} x_1 = & 1+t \\ x_2 = & 2+t^2 \\ x_3 = & \sin(t) \end{cases}$ Determinare l'equazione parametrica della retta tangente a Γ nel punto $\gamma(0)$

$$\text{retta tangente: } \begin{cases} x_1 = 1+t \\ x_2 = 2 \\ x_3 = t \end{cases}$$

• Sia Γ la seguente curva di $\mathbb{R}^3$: $\gamma(t)$: $\begin{cases} x_1 = & 1+3t \\ x_2 = & 2+t \\ x_3 = & 3+\sin(t) \end{cases}$ Determinare l'equazione parametrica della retta tangente a Γ nel punto $\gamma(0)$

$$\text{retta tangente: } \begin{cases} x_1 = 1+3t \\ x_2 = 2+t \\ x_3 = 3+t \end{cases}$$

• Per ciascuna delle seguenti $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ determinare il polinomio di Taylor di ordine 2 in un intorno di $(0,0)$.

	$f(x,y)$	polinomio di Taylor
1	$\sin(x+y)$	$x+y$
2	$\cos(x+2y)$	$-\frac{1}{2}x^2 - 2xy - 2y^2 + 1$
3	$e^{(x\cdot y)}$	$xy+1$
4	$x \cdot e^{x-y}$	$x^2 - xy + x$
5	$\sin(x\cdot y)$	xy
6	$\sin(x)\cdot\cos(y)$	x
7	$\ln(1+x-3y)$	$-\frac{1}{2}x^2 - \frac{9}{2}y^2 + 3xy + x - 3y$
8	$\ln(1+3xy)$	$3xy$
9	$\sin(x^2)+\cos(xy)$	x^2+1
10	$\sin(2x+x^2)-\cos(y)$	$x^2 + \frac{1}{2}y^2 + 2x - 1$