

SECONDA PARTE

Esercizio 1. In \mathbb{R}^3 sia $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ e r la retta passante per A e B .

Sia s la retta $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$

- (i) Determinare $r \cap s$.
- (ii) Determinare l'equazione parametrica di una retta perpendicolare a r e s passante per l'origine.

Esercizio 2. In \mathbb{R}^3 siano $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

Dimostrare che i 4 punti sono allineati.

Esercizio 3. Determinare per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la retta

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \\ 1 \end{pmatrix}$$

(i) è ortogonale al piano di equazione $\{x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$.

(ii) è parallela alla retta $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$

Esercizio 4. Determinare la posizione reciproca (coincidenti, parallele non coincidenti, incidenti, sghembe) per ciascuna delle seguenti coppie di rette di \mathbb{R}^3 .

1)	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
2)	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
3)	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$
4)	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

5)	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - x_3 = 0 \end{cases}$
6)	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 \\ x_1 - x_3 = 1 \end{cases}$
7)	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 5 \\ x_1 - x_3 = 0 \end{cases}$
8)	$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 5 \\ x_1 - x_3 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + x_3 = 1 \end{cases}$