Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra lineare e Analisi II

anno accademico 2008/2009

ESERCITAZIONE 4.3

(Cognome)	(Nome)	(Numero di matricola)

Proposizione	Vera	Falsa
La forma $\langle\ ,\ \rangle : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da $\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \rangle = x_1y_1 - 2x_1y_2 - 3x_2y_1 + 3x_2y_2$ è un prodotto scalare	☐	☐
La forma $\langle\ ,\ \rangle : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da $\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \rangle = x_1y_1 - 3x_1y_2 - 3x_2y_1 + 3x_2y_2$ è un prodotto scalare	☐	☐
La forma $\langle\ ,\ \rangle : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da $\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \rangle = -x_1y_1 + 2x_1y_2 + x_2y_1 + -3x_2y_2$ è un prodotto scalare definito positivo	☐	☐
La forma $\langle\ ,\ \rangle : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da $\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \rangle = -x_1y_1 + 2x_1y_2 + x_2y_1 + -3x_2y_2$ è un prodotto scalare definito negativo	☐	☐

- Dato il prodotto scalare $\langle\ ,\ \rangle : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definito da $\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \rangle = x_1y_1 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 - 3x_2y_2$

  Allora:

Proposizione	Vera	Falsa
$\langle , \rangle$ è definito positivo	☐	☐
$\langle , \rangle$ è definito negativo	☐	☐
$\langle , \rangle$ è indefinito	☐	☐
$\exists\ v \neq 0_V$ tale che $\langle v, v \rangle = 0$	☐	☐
$\exists\ v \neq 0_V$ tale che $\langle v, v \rangle = 5$	☐	☐
$\exists\ v \neq 0_V$ tale che $\langle v, v \rangle = -5$	☐	☐

- Dato il prodotto scalare canonico $\langle\ ,\ \rangle_{CAN} : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definito da $\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \rangle = x_1y_1 + x_2y_2$

  (i) determinare l'insieme dei vettori ortogonali a $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

  (ii) determinare l'insieme dei vettori ortogonali a $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ e a $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

- Dato il prodotto scalare canonico $\langle\ ,\ \rangle_{CAN} : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ definito da $\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} \rangle = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3$

  (i) determinare l'insieme dei vettori ortogonali a $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

  (ii) determinare l'insieme dei vettori ortogonali a $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ e a $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

SECONDA PARTE

Esercizio 1. In $\mathbb{R}^2$ sia $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(i) Determinare una descrizione intrinseca e una parametrica della retta r passante per A e B.
(ii) Determinare una descrizione intrinseca e una parametrica della retta s passante per A e perpendicolare a r.

Esercizio 2. In $\mathbb{R}^3$ si consideri il punto $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e i vettori $v_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

(i) Determinare una descrizione intrinseca e una parametrica del piano Π passante per A e parallelo a v_1 e v_2.
(ii) Determinare una descrizione intrinseca e una parametrica della retta r passante per A e parallelo a v_1
(ii) Determinare una descrizione intrinseca e una parametrica della retta s passante per A e parallelo a v_2

(iii) il punto $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \in s$? $\in \Pi$?

(iii) Determinare l'equazione intrinseca di un piano paralleo al piano Π e passante per l' origine.

Esercizio 3. In $\mathbb{R}^3$ siano $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

(i) Determinare una descrizione intrinseca e una parametrica del piano Π passante per A , B e C.
(ii) Determinare una descrizione intrinseca e una parametrica della retta r passante per A e B.

(iii) il punto $C = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \in \Pi$?

(iii) Determinare l'equazione intrinseca e parametrica di un piano paralleo al piano Π e passante per l' origine.

Esercizio 4. In $\mathbb{R}^3$ sia $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ e r la retta passante per A e B.

(i) il punto $C = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix} \in r$?   (ii) Il piano di equazione $\{x_1 + x_2 - x_3 = 0\}$ contiene la retta r ?

(iii) Determinare l'equazione di un piano perpendicolare alla retta r e passante per A.

Esercizio 5. In $\mathbb{R}^3$ sia Π il piano passante per i punti A, B e C seguenti: $A = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

(i) il punto $D = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in \Pi$?   (ii) il vettore $v = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ è perpendicolare a Π ?

(iii) Dato Π' Il piano di equazione $\{x_1+x_2-x_3 = 0\}$ determinare una descrizione parametrica della retta $r = \Pi \cap \Pi'$