

Corso di laurea in Ingegneria Gestionale/ Chimica
 Esame di ALGEBRA LINEARE - anno accademico 2012/2013

Prova scritta del 20/2/2013
 TEMPO A DISPOSIZIONE: 120 minuti

(Cognome)	(Nome)	(Numero di matricola)

CORSO DI LAUREA: INGEGNERIA

PRIMA PARTE

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +1 risposta sbagliata = -1
 calcoli e spiegazioni non sono richiesti

• Sia $z = 1 + \sqrt{3}i$. Allora $z^3 =$

• Sia $z = -3 - 3i$. Scrivere z nella rappresentazione trigonometrica $z = \rho \cdot e^{i\theta}$: $z =$

• Dati W, Z i seguenti sottospazi di \mathbb{R}^3 :

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x_1 - x_2 + x_3 = 0 \right\}, Z = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x_2 - x_3 = 0 \right\},$$

determinare una base di $W \cap Z$:

• $\det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 2 & -1 \\ 5 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} =$

• $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \implies A$ è diagonalizzabile

vero	falso
------	-------

• $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ è autovettore per l'applicazione lineare l_A associata alla matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & t \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ se $t =$

• Data $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ si consideri l'autovalore $\lambda_0 = 1$. Allora: $m.a.(1) =$; $m.g.(1) =$

• $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \implies A^{-1} =$

SECONDA PARTE

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

Esercizio 1. [punteggio: 0-6]

Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} z^2 = -2\bar{z} \\ |z - 3| \leq 2 \end{cases}$$

Esercizio 2. [punteggio: 0-6]

Al variare del parametro reale t sia $\mathcal{L}_{A_t} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare associata alla matrice

$$A_t = \begin{pmatrix} 2 & 0 & t \\ t & t & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(\text{Ker}(\mathcal{L}_{A_t}))$ e $\dim(\text{Im}(\mathcal{L}_{A_t}))$.

ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema

$$A_t \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(iii) Posto $t = 4$, determinare tutte le soluzioni del sistema $A_t \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Esercizio 3. [punteggio: 0-3]

Determinare un'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che

$$\text{Im}(f) = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x_1 - x_2 + x_3 = 0 \right\}; \quad \text{Ker}(f) = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Si determini una matrice $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ tale che $f = \mathcal{L}_A$.

Esercizio 4. [punteggio: 0-6]

Si consideri la matrice A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Si determinino gli autovalori di A specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
- Dire se A è diagonalizzabile.
- Dire se A^2 è diagonalizzabile.