Corso di laurea in Ingegneria Gestionale/ Chimica

Esame di ALGEBRA LINEARE - anno accademico 2014/2015

Prova scritta del 13/1/2015

TEMPO A DISPOSIZIONE: 120 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

PRIMA PARTE

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +1 risposta sbagliata = -1
calcoli e spiegazioni non sono richiesti

• $z = -1 + i \implies z^3 =$ ☐

• $z = 5 - i$, $w = 1 + 3i \implies Re(z \cdot w) =$ ☐

• Dati W e Z i seguenti sottospazi di $\mathbb{R}^3$:

$W = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \ : \ x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \}$, $Z = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle$. Allora $\mathbb{R}^3 = W \bigoplus Z$ | vero | falso |

Determinare una base di W:

☐

• $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \implies \mathrm{r}k(A) =$ ☐

• $\det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} =$ ☐

• $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \implies A$ è diagonalizzabile | vero | falso |

• Il vettore $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ è autovettore relativo all' autovalore $\lambda = 2$ per l'app. lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ se $f \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} =$ ☐

• $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \implies m.g.(5) =$ ☐

• $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \implies A^{-1} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

SECONDA PARTE

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

Esercizio 1. [punteggio: 0-6]
Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} (z+1)^4 = -64 \\ e^{i\pi z} = -e^{\pi} \end{cases}$$

Esercizio 2. [punteggio: 0-6]
Al variare del parametro reale t sia $\mathcal{L}_{A_t} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare associata alla matrice

$$A_t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & t \\ 0 & t & -2 \\ 3 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(Ker(\mathcal{L}_{A_t}))$ e $\dim(Im(\mathcal{L}_{A_t}))$.

ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema $A_t \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

(iii) Posto $t = 2$, determinare tutte le soluzioni del sistema $A_t \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

Esercizio 3. [punteggio: 0-3] Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Si determini una matrice $B \in \mathcal{M}at(3 \times 3; \mathbb{R})$ non nulla tale che $A \cdot B = 0$.

Esercizio 4. [punteggio: 0-6]
Si consideri la matrice A

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di A specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
(ii) Si determinino gli autovettori di A.
(iii) Dire se A è triangolarizzabile e/o diagonalizzabile.