Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra Lineare e Analisi 2 - anno accademico 2009/2010

Compitino n.2 8/2/2010

TEMPO A DISPOSIZIONE: 90 minuti

(Cognome)	(Nome)	(Numero di matricola)

PRIMA PARTE

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +2 risposta sbagliata = -2

calcoli e spiegazioni non sono richiesti

- Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

Proposizione	Vera	Falsa
A, B matrici 3×3. Allora $rk(A+B) = rk(A) + rk(B)$	☐	☐
$f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^3$ tale che $rk(f) = 3 \Rightarrow f$ iniettiva.	☐	☐
$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = [\log(6)] \cdot x_1 + 2x_2$ è lineare	☐	☐

- Dati W e Z i seguenti sottospazi di $\mathbb{R}^3$:

$$W = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \quad : \quad x_1 + 4x_2 - x_3 = 0\} \; , \; Z = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \rangle \; , \text{ allora si ha :}$$

$\mathbb{R}^3 = W \bigoplus Z$	Vera	Falsa

- $\det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \boxed{}$

- $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ il coefficiente di posto $(1,2)$ della matrice $A \cdot B$ è = $\boxed{}$

- Lo spazio delle soluzioni del sistema $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ha dimensione = $\boxed{}$

- $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \implies A^{-1} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

SECONDA PARTE

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

Esercizio 1.[punteggio: 0-7]
Al variare del parametro reale t sia $f_t : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} tx_1 & +tx_2 & +3x_3 \\ tx_1 & +x_2 & +x_3 \\ x_1 & +tx_2 & +3x_3 \end{pmatrix}$$

(i) Al variare del parametro reale t si determini la dimensione di $Ker(f_t)$ e la dimensione di $Im(f_t)$.

(ii) Determinare per quali valori di t esiste almeno una soluzione del sistema $f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$

(iii) Dato il sottospazio di $\mathbb{R}^3$ $Z = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \;\; : \;\; x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$

determinare per quali valori di t si ha $\mathbb{R}^3 = Z \bigoplus Ker(f_t)$

Esercizio 2.[punteggio: 0-3] Sia $f_t : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alle basi canoniche dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ t & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Determinare per quali valori di t esiste almeno una soluzione del sistema $f_t(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} t \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

Esercizio 3.[punteggio: 0-2] Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ un' applicazione lineare. tale che

$f \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}, f \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

Determinare $\quad f \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

Esercizio 4.[punteggio: 0-3] Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$

(i) Esiste una matrice B 2×2, $B \neq \mathbf{0}$, tale che $A \cdot B = \mathbf{Id}$ (dove $\mathbf{0}$ è la matrice nulla e $\mathbf{Id}$ é la matrice identità) ?
(ii) Esiste una matrice B 2×2, $B \neq \mathbf{0}$, tale che $A \cdot B = \mathbf{0}$ (dove $\mathbf{0}$ è la matrice nulla) ?