Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2007/2008

prova scritta del 12/2/2008

TEMPO A DISPOSIZIONE: 75 minuti per ciascuna parte

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

PRIMA PARTE (75 minuti)

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

Esercizio 1. [punteggio: 0-4]

(i) Disegnare nel piano di Gauss l'insieme $\{z \in \mathbb{C} \ : |z+2| < 1\}$

(ii)Disegnare nel piano di Gauss l'insieme $\{z \in \mathbb{C} \ : |z+2| < |z|\}$

Esercizio 2. [punteggio: 0-7]

Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} e^{\pi z} = -\frac{1}{e^{\pi}} \\ z^8 = 16 \end{cases}$$

Esercizio 3. [punteggio: 0-4]

Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$,

$$W = \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

(i) Determinare una base di W

(ii) Determinare un sottospazio Z di $\mathbb{R}^4$ tale che $W \bigoplus Z = \mathbb{R}^4$.

Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2007/2008

prova scritta del 12/2/2008

TEMPO A DISPOSIZIONE: 75 minuti per ciascuna parte

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

SECONDA PARTE (75 minuti)

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

• **Esercizio 4. [punteggio: 0-6]**

Al variare del parametro reale t sia $f_t : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & t \\ t & 0 & -1 \\ t & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

(i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(Ker(f_t))$ e $\dim(Im(f_t))$.

(ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema

$$f_t(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

(iii) Determinare, se esistono, i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui $Ker(f_t) \subseteq Im(f_t)$

• **Esercizio 5. [punteggio: 0-6]**

Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori e gli autovettori di f.

(ii) Si dica se f è diagonalizzabile e/o triangolarizzabile.

(iii) Determinare gli autovalori e gli autovettori di f^2.

• **Esercizio 6. [punteggio: 0-3]**

Determinare per quali valori del parametro t il vettore $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ è autovettore per l' applicazione lineare l_A associata alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ t & -6 & 4 \end{pmatrix}$$

Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2007/2008

prova scritta del 12/2/2008

TEMPO A DISPOSIZIONE: 75 minuti per ciascuna parte

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

PRIMA PARTE (75 minuti)

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

Esercizio 1. [punteggio: 0-4]

(i) Disegnare nel piano di Gauss l'insieme $\{z \in \mathbb{C} \ : |z + 4i| < 2\}$

(ii)Disegnare nel piano di Gauss l'insieme $\{z \in \mathbb{C} \ : |z + 4i| < |z|\}$

Esercizio 2. [punteggio: 0-7]

Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} e^{\pi z} = -e^{\pi} \\ z^8 = 16 \end{cases}$$

Esercizio 3. [punteggio: 0-4]

Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$,

$$W = \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

(i) Determinare una base di W

(ii) Determinare un sottospazio Z di $\mathbb{R}^4$ tale che $W \bigoplus Z = \mathbb{R}^4$.

Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2007/2008

prova scritta del 12/2/2008

TEMPO A DISPOSIZIONE: 75 minuti per ciascuna parte

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

SECONDA PARTE (75 minuti)

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

• **Esercizio 4. [punteggio: 0-6]**

Al variare del parametro reale t sia $f_t : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & t & t \\ -2 & 0 & 3 \\ t & -1 & -4 \end{pmatrix}$$

(i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(Ker(f_t))$ e $\dim(Im(f_t))$.

(ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema

$$f_t(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

(iii) Determinare, se esistono, i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui $Ker(f_t) \subseteq Im(f_t)$

• **Esercizio 5. [punteggio: 0-6]**

Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori e gli autovettori di f.

(ii) Si dica se f è diagonalizzabile e/o triangolarizzabile.

(iii) Determinare gli autovalori e gli autovettori di f^2.

• **Esercizio 6. [punteggio: 0-3]**

Determinare per quali valori del parametro t il vettore $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ è autovettore per l' applicazione lineare l_A associata alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ t & -6 & 4 \end{pmatrix}$$

Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2007/2008

prova scritta del 12/2/2008

TEMPO A DISPOSIZIONE: 75 minuti per ciascuna parte

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

PRIMA PARTE (75 minuti)

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

Esercizio 1. [punteggio: 0-4]

(i) Disegnare nel piano di Gauss l'insieme $\{z \in \mathbb{C} \ : |z+2| < 1\}$

(ii)Disegnare nel piano di Gauss l'insieme $\{z \in \mathbb{C} \ : |z+2| < |z|\}$

Esercizio 2. [punteggio: 0-7]

Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} e^{\pi z} = -\ e^{-\pi} \\ z^8 = 16 \end{cases}$$

Esercizio 3. [punteggio: 0-4]

Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$,

$$W = \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 6x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

(i) Determinare una base di W

(ii) Determinare un sottospazio Z di $\mathbb{R}^4$ tale che $W \bigoplus Z = \mathbb{R}^4$.

Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2007/2008

prova scritta del 12/2/2008

TEMPO A DISPOSIZIONE: 75 minuti per ciascuna parte

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

SECONDA PARTE (75 minuti)

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

• **Esercizio 4. [punteggio: 0-6]**

Al variare del parametro reale t sia $f_t : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & t \\ t & 0 & -1 \\ t & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

(i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(Ker(f_t))$ e $\dim(Im(f_t))$.

(ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema

$$f_t(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

(iii) Determinare, se esistono, i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui $Ker(f_t) \subseteq Im(f_t)$

• **Esercizio 5. [punteggio: 0-6]**

Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori e gli autovettori di f.

(ii) Si dica se f è diagonalizzabile e/o triangolarizzabile.

(iii) Determinare gli autovalori e gli autovettori di f^2.

• **Esercizio 6. [punteggio: 0-3]**

Determinare per quali valori del parametro t il vettore $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ è autovettore per l' applicazione lineare l_A associata alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ t & -6 & 4 \end{pmatrix}$$

Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2007/2008

prova scritta del 12/2/2008

TEMPO A DISPOSIZIONE: 75 minuti per ciascuna parte

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

PRIMA PARTE (75 minuti)

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

Esercizio 1. [punteggio: 0-4]

(i) Disegnare nel piano di Gauss l'insieme $\{z \in \mathbb{C} \ : |z + i6| < 2\}$

(ii)Disegnare nel piano di Gauss l'insieme $\{z \in \mathbb{C} \ : |z + i6| < |z|\}$

Esercizio 2. [punteggio: 0-7]

Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} e^{\pi z} = -e^{\pi} \\ z^8 = 16 \end{cases}$$

Esercizio 3. [punteggio: 0-4]

Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$,

$$W = \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

(i) Determinare una base di W

(ii) Determinare un sottospazio Z di $\mathbb{R}^4$ tale che $W \bigoplus Z = \mathbb{R}^4$.

Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2007/2008

prova scritta del 12/2/2008

TEMPO A DISPOSIZIONE: 75 minuti per ciascuna parte

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

SECONDA PARTE (75 minuti)

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

• **Esercizio 4. [punteggio: 0-6]**

Al variare del parametro reale t sia $f_t : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & t & t \\ -2 & 0 & 3 \\ t & -1 & -4 \end{pmatrix}$$

(i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(Ker(f_t))$ e $\dim(Im(f_t))$.

(ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema

$$f_t(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

(iii) Determinare, se esistono, i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui $Ker(f_t) \subseteq Im(f_t)$

• **Esercizio 5. [punteggio: 0-6]**

Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori e gli autovettori di f.

(ii) Si dica se f è diagonalizzabile e/o triangolarizzabile.

(iii) Determinare gli autovalori e gli autovettori di f^2.

• **Esercizio 6. [punteggio: 0-3]**

Determinare per quali valori del parametro t il vettore $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ è autovettore per l' applicazione lineare l_A associata alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ t & -6 & 4 \end{pmatrix}$$