Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2003/2004

prova scritta del 9-06-2004

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1. Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} (w-i)^3 = i \\ e^z = w \end{cases}$$

Esercizio 2. Al variare del parametro reale t sia $f_t : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} tx_1 & +x_2 & +(t-1)x_3 \\ & tx_2 & +\ tx_3 \\ tx_1 & -x_2 & +\ \ x_3 \end{pmatrix}$$

(i) Al variare del parametro reale t si determini la dimensione di $Ker(f_t)$ e la dimensione di $Im(f_t)$.
(ii) Si determini per quali valori del parametro t il seguente sistema

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ t \end{pmatrix}$$

ammette una, nessuna, o infinite soluzioni.
(iii) Posto $t = 0$ si dica se $\mathbb{R}^3 = Ker(f_0) \bigoplus Im(f_0)$.

Esercizio 3.
Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
(ii) Si determinino gli autovettori di f.
(iii) Si determini una base per $Ker(f)$ e una base per $Ker(f^2)$.