

Esercizio 1. Si risolva nel campo complesso il sistema

$$\begin{cases} e^{iz+i} = i \\ |z| \leq 2\pi \end{cases}$$

Esercizio 2. Al variare del parametro reale β sia $f_\beta : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} \beta & -1 & \beta \\ -\beta & 3 & 0 \\ 0 & 2 & \beta \end{pmatrix}$$

- (i) Al variare di $\beta \in \mathbb{R}$ determinare la dimensione di $\ker(f_\beta)$ e $\text{Im}(f_\beta)$
- (ii) Posto $\beta = 1$ determinare gli autovalori di f_β e dire se la matrice corrispondente è triangolarizzabile e/o diagonalizzabile.
- (iii) Posto $\beta = 2$ determinare gli autovalori di f_β e dire se la matrice corrispondente è triangolarizzabile e/o diagonalizzabile.

Esercizio 3. Si considerino i seguenti sottospazi vettoriali $W, Z \subset \mathbb{R}^3$:

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} : 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \right\} \quad Z = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} : x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \right\}.$$

i) Determinare una base di $Z + W$ e una base di $Z \cap W$.

ii) Dati i vettori $z_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in Z$, $w_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \in W$

determinare un vettore $v \in \mathbb{R}^3$, $v \neq 0$, tale che

$$\begin{cases} \langle v, z_1 \rangle = 0 \\ \langle v, w_1 \rangle = 0 \end{cases}$$

(dove $\langle \cdot, \cdot \rangle$ indica il prodotto scalare euclideo).

iii) Dire se esiste un vettore $v \in \mathbb{R}^3$, $v \neq 0$, tale che

$$\begin{cases} \langle v, z \rangle = 0 \quad \forall z \in Z \\ \langle v, w \rangle = 0 \quad \forall w \in W \end{cases}$$

Esercizio 4.[Ingegneria Informatica] Si determinino le soluzioni intere del sistema

$$\begin{cases} 5^x \equiv 4 \pmod{11} \\ 2x \equiv 4 \pmod{44} \end{cases}$$

Esercizio 5. [Ingegneria Informatica] Data la permutazione $\sigma \in \mathcal{S}_9$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 6 & 7 & 5 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

- i) determinare la parità e l'ordine di σ ;
- ii) determinare, se esistono, tutte le permutazione $\rho \in \mathcal{S}_9$ tali che $\rho^2 = \sigma$.