Università degli studi di Pisa – Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica
PROVA SCRITTA di ANALISI MATEMATICA II
8 gennaio 2015

1. Si consideri la funzione definita da
   $f(x,y) = x + y - 5\log(6 + xy)$
   (i) Determinare il dominio di f.
   (ii) Trovare e classificare i punti stazionari di f.
   (iii) Detto $Q := \{(x,y) : x \geq 0,\ y \geq 0\}$, calcolare
   $$\inf_{(x,y)\in Q} f(x,y). \qquad \sup_{(x,y)\in Q} f(x,y),$$
   specificando se si tratta di massimi o minimi.

2. Sia $B := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^2 + y^2 \leq 9, \quad x^2 + z^2 \leq 9\}$, e si consideri al variare di $a \in \mathbb{R}$ la sezione $B_a := B \cap \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ x = a\}$.
   (i) Si dica per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ tale sezione è un insieme non vuoto, e per quali è un insieme limitato.
   (ii) Calcolare il volume di B.
   (iii) Calcolare il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x,y,z) := (x, xy, xz)$ attraverso il bordo di B orientato con la normale esterna.

3. Sia
   $$\mathbf{F}(x,y) = \left(\frac{2zx}{x^2+y^2} - yz - 3,\ \frac{2zy}{x^2+y^2} - xz,\ \log(x^2+y^2) - xy \right).$$
   Mostrare che il campo $\mathbf{F}$ è conservativo, esibendo l'espressione esplicita del potenziale U che soddisfa la condizione $U(0,1,0) = 0$.

In questa seconda parte le risposte ad ogni domanda devono essere giustificate.
Risposte giuste ma non giustificate non saranno considerate valide.
È consentito l'utilizzo di libri, appunti e calcolatrice (non grafica).
Qualunque altra apparecchiatura elettronica va lasciata spenta nella propria borsa o giacca. L'inosservanza di questa norma è considerata *tentativo di frode* e comporta automaticamente l'annullamento della prova

ζ

Università degli studi di Pisa – Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica

PROVA SCRITTA di ANALISI MATEMATICA II

8 gennaio 2015

1. Si consideri la funzione definita da

   $f(x,y) = 3\log(2+xy) - x - y$

   (i) Determinare il dominio di f.

   (ii) Trovare e classificare i punti stazionari di f.

   (iii) Detto $Q := \{(x,y) : x \geq 0,\ y \geq 0\}$, calcolare

   $$\inf_{(x,y)\in Q} f(x,y). \qquad \sup_{(x,y)\in Q} f(x,y),$$

   specificando se si tratta di massimi o minimi.

2. Sia $B := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^2+y^2 \leq 4, \quad y^2+z^2 \leq 4\}$, e si consideri al variare di $a \in \mathbb{R}$ la sezione $B_a := B \cap \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ y = a\}$.

   (i) Si dica per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ tale sezione è un insieme non vuoto, e per quali è un insieme limitato.

   (ii) Calcolare il volume di B.

   (iii) Calcolare il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x,y,z) := (xy, z+1, yz)$ attraverso il bordo di B orientato con la normale esterna.

3. Si consideri il campo

   $$\mathbf{F}(x,y) = \left(\frac{zx}{x^2+y^2} + yz,\ \frac{zy}{x^2+y^2} + xz - 3,\ \log(\sqrt{x^2+y^2}) + xy \right).$$

   Mostrare che il campo $\mathbf{F}$ è conservativo, esibendo l'espressione esplicita del potenziale U che soddisfa la condizione $U(1,0,0) = 0$.

In questa seconda parte le risposte ad ogni domanda devono essere giustificate.
Risposte giuste ma non giustificate non saranno considerate valide.
È consentito l'utilizzo di libri, appunti e calcolatrice (non grafica).
Qualunque altra apparecchiatura elettronica va lasciata spenta nella propria borsa o giacca. L'inosservanza di questa norma è considerata *tentativo di frode* e comporta automaticamente l'annullamento della prova

ξ