

Compitino di Analisi del 26-05-2010

Esercizio 1

(i) Calcolare

$$\int_1^{+\infty} \frac{\arctan x}{x^2} dx;$$

(ii) Calcolare

$$\int_0^1 y \sin^2 y \, dy$$

Esercizio 2 Trovare una soluzione esplicita del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y - y^2) \arctan t \\ y(0) = 1/2 \end{cases}$$

Esercizio 3 Sia $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$\phi(x) := \int_0^x \sin^2(\pi e^t) dt$$

(1) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\phi(x)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\phi(x)}{x^2}$$

(2) Determinare $a \in \mathbb{R}$ in modo che si abbia

$$\phi(x) = ax + o(x) \quad \text{per } x \rightarrow +\infty$$