

Analisi Matematica II - Primo Compitino

27 Marzo 2006

Esercizio 1. Determinare una primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x(x-1)}}$$

sull'intervallo $]0, 1[$ e dire se tale primitiva è estendibile con continuità agli estremi.

Esercizio 2. Sia $L(\lambda)$ la lunghezza dell'ellisse parametrizzata dalle equazioni

$$\begin{cases} x = (1 + \lambda)^{1/4} \cos t, \\ y = (1 + \lambda)^{-1/4} \sin t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

Determinare tre numeri a, b, c tali che

$$L(\lambda) = a + b\lambda + c\lambda^2 + o(\lambda^2), \quad \text{per } \lambda \rightarrow 0.$$

Dire se 0 è punto di massimo o minimo locale della funzione L .

Esercizio 3. Sia

$$F(x) = \int_x^{+\infty} e^{-t^2} dt.$$

(a) Dire per quali $\mu \in \mathbb{R}$ la funzione

$$F(x) - \frac{\mu}{x} e^{-x^2}$$

ha massimo su $]0, +\infty[$.

(b) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{x^2} F(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{x^2} F(x).$$