Nome **Matricola**

ALGEBRA LINEARE

Settimo ed ultimo appello 19/9/2016

Esercizio 1.

Siano v_1, v_2 vettori di una base ortonormale del piano di equazione

$$x + y = 0$$

in $\mathbb{R}^3$. Determinare un vettore v_3 in modo che v_1, v_2, v_3 siano una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$

Esercizio 2.

Sia

$$M_\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & \alpha & 0 \\ \alpha^2 & -1 & \alpha^2+1 \end{pmatrix}$$

$a)$ Dire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la matrice M_α è diagonalizzabile.
$b)$ Trovare una base di $\mathbb{R}^3$ di autovettori di M_0 per $\alpha = 0$.
$c)$ Per $\alpha = 1$ trovare una base di $\mathbb{R}^3$ rispetto alla quale M_1 abbia forma triangolare.

Esercizio 3.

1. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una applicazione lineare tale che $f^2 = Id$. Dimostrare che f è diagonalizzabile.

2. Costruire una applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che $f^2 = Id$ e dim $\mathrm{Ker}(f - Id) = 1$.

Abbiamo indicato con Id l'applicazione identità.