

Nome

Matricola

**ALGEBRA LINEARE**

**quinto appello 30/6/2022**

**Esercizio 1.**

Si consideri in  $\mathbb{R}^3$  il piano  $Z$  di equazione  $x + y + z = 0$  e sia  $P$  il punto di coordinate  $(-1, -1, -1)$ . Si determini il punto simmetrico di  $P$  rispetto a  $Z$ .

**Esercizio 2.**

Sia  $A$  una matrice a coefficienti reali con  $p$  righe e  $q$  colonne di rango  $r = \min\{p, q\}$ .

Dimostrare che:

- $AA^T$  e  $A^T A$  sono simmetriche ed hanno autovalori non negativi.
- Una sola tra  $AA^T$  e  $A^T A$  è invertibile.

**Esercizio 3.**

Sia  $V \subset C^\infty(\mathbb{R}, \mathbb{R})$  il sottospazio generato da  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$  e sia

$$D : C^\infty(\mathbb{R}, \mathbb{R}) \rightarrow C^\infty(\mathbb{R}, \mathbb{R})$$

la derivata rispetto a  $x$ .

- Dimostrare che  $V$  è invariante per  $D$ .
- La restrizione di  $D$  a  $V$  è diagonalizzabile?