Nome **Matricola**

ALGEBRA LINEARE

Secondo appello 4/2/2020

Esercizio 1.

Siano $T, S : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ due applicazioni lineari che verificano:

$$T(e_1) = 1, T(e_2) = 0, \quad S(e_1) = 0, S(e_2) = 1$$

Calcolare la dimensione di $\mathrm{Ker}T \cap \mathrm{Ker}S$.

Esercizio 2.

Sia $V = \mathbb{R}_3[x]$ lo spazio vettoriale dei polinomi di grado minore o uguale a 3. Definiamo $T : V \to V$ come $(T(p))(x) = p(ax + 1)$ dove a è un parametro reale.

1. Determinare i valori di a per cui T è triangolabile.

2. Determinare i valori di a per cui T è diagonalizzabile.

Esercizio 3.

Sia $\mathcal{B} = (v_1, \dots, v_n)$ una base ortogonale di $\mathbb{R}^n$, ovvero una base in cui $< v_i, v_j >= 0$ se $i \neq j$. Sia inoltre per ogni $i = 1, \dots, n$ $< v_i, v_i >= a^2 > 1$.

Sia $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ una applicazione lineare tale che la matrice associata a T rispetto alla base $\mathcal{B}$ sia una matrice ortogonale P. Dimostrare che la matrice di T rispetto alla base canonica è anche essa ortogonale.