

*PLS Pisa*

*La formulazione del testo di un problema:  
il ruolo della dimensione narrativa*

Incontro 1:

# *Il problema dei problemi*

Rosetta Zan

Dipartimento di Matematica, Pisa

zan@dm.unipi.it

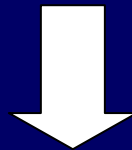
# In questo incontro

## ➤ **Il problema dei problemi**

- Introduzione
- Alcune interpretazioni
- Le scelte dell'insegnante nell'attività di soluzione di problemi

Nel risolvere un problema scolastico molti bambini sembrano procedere *combinando numeri*:

- secondo strategie suggerite da parole presenti nel testo
- secondo schemi risolutivi interiorizzati nella loro precedente esperienza scolastica
- a caso



**COMPORAMENTI ‘PATOLOGICI’**

ISRAELE

Quale sarà la temperatura dell'acqua in un recipiente se metti *insieme* una caraffa d'acqua a 10° e una a 40°?”


$$10^{\circ} + 40^{\circ} = 50^{\circ}$$

GERMANIA

Il signor Lorenz e tre colleghi partono per Bielefeld alle 9 e viaggiano per 360 km fino a Francoforte, con una sosta di 30 minuti.



I bambini delle *ultime* classi ‘rispondono’...

STATI UNITI

Un camion dell'esercito può portare 36 soldati. Se bisogna trasportare 1128 soldati alla loro base, quanti camion servono?

45.000 studenti

"31 col resto di 12" (29%)

"31" (18%)

Su un battello ci sono 36 pecore.  
10 muoiono affogate.  
Quanti anni ha il capitano?

FRANCIA

...i bambini 'rispondono'!!!!

Il miglior tempo di John nel correre i 100 m è di 17 secondi.

Quanto tempo impiegherà a correre 1 chilometro?

BELGIO



- Più del 95% delle risposte:

$17 \times 10 = 170$  secondi

- 3% sono risposte 'realistiche':

- È impossibile rispondere con precisione

- Circa 3 minuti e mezzo

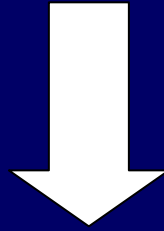
- Sicuramente più di 170 secondi

PROBLEMA  
SCOLASTICO

PROBLEMA  
REALE

...a livello di processi risolutivi:

- razionali nel caso reale...
- ...irrazionali nel caso scolastico



**Le convinzioni dei bambini:**

- sui problemi scolastici**
- sui problemi reali**



Fai un esempio di problema

250 bambini

250 bambini

Che cos'è per te un problema?

Cosa ti fa venire in mente  
la parola 'problema' ?

**750 bambini**

250 bambini

problema reale / problema scolastico

C'è un problema addosso alla gente, c'è un problema che si fa sul quaderno. [5.120B]

**dissociazione totale**

**problema reale / problema matematico**

mi fa venire in mente problema di una storietta corta dove finita la storia bisogna risolverla e quando non riesco a concentrarmi sul problema mi immagino sempre: ecco perchè l'hanno chiamata problema. [4.14C]

**problema matematico:  
problema reale per chi non lo sa risolvere!**

Mi fa venire in mente, un problema di scuola, o un problema per la macchina, un problema per la pancia, o un problema per la casa. [4.143C]

**‘problema’:  
etichetta linguistica**

Per me un problema (in matematica) è un problema di una persona però da risolvere in numeri (...) e invece in italiano un problema è così: la mamma le casca il passeggino e il bimbo si fa male. Questo per me è un problema in italiano.  
[3.18B]

**problema matematico:  
caso particolare del problema reale**

Alice :

*Ogni parete  $12\text{m}^2$ , per quattro che sono le pareti,  $48\text{m}^2$ .*

*$48\text{m}^2$  diviso  $10\text{ m}^2$  viene...4,8*

*questo 4,8 va moltiplicato per  $8000\text{ £}$  ... viene  $38400\text{ £}$ .*

***Mamma! ...ma non è vero!***

***E' un 'problema'...***

**Problema:**

*Un signore deve tinteggiare una stanza quadrata di  $3\text{m}$  di lato.*

*La stanza è alta  $4\text{m}$ .*

*Con un barattolo di tinta, dal costo di  $£ 8000$  , si tinge una superficie di  $10\text{ m}^2$ .*

*Quanto spenderà quel signore per tinteggiare la stanza?*

**Come si riconosce un problema  
di matematica?**



*Per me un problema è una scritta dove ci sono i numeri. [2.a]*

**FORMALISTI**

*Per me un problema è dove bisogna pensare a se dividere, moltiplicare, addizionare, togliere i seguenti numeri [4.a]*

**OPERATIVI**

*Per me un problema  
è un esercizio per la mente [5a]*

**STRUTTURALI**

*Il problema è una cosa che si fa  
sul quaderno a quadretti [4a]*

**PRAGMATICI**

*I problemi sono numeri e parole mischiati insieme. Addirittura mettono i punti perché sennò il discorso non finisce più.*

*I dati è dove scrivi le informazioni per poi fare il conto, il grafico invece fa fare il conto per sapere il risultato, la domanda fa pensare per poi dopo rispondere, **la risposta ti fa usare le parole della domanda ma non tutte sennò avresti fatto la domanda.** [Lorenzo, 3a]*

**PRAGMATICI**

*Un problema è una storia che si fa in matematica. [2.a]*

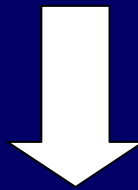
## **NARRATIVI**

*Per me un problema è un tema di matematica. [3.a]*

# Interpretazione (1)

## ➤ Gli stereotipi dei problemi:

- sono presenti tutti e soli i dati necessari per rispondere;
- c'è sicuramente una e una sola soluzione;
- sono risolvibili per lo più in poco tempo (naturalmente se un allievo li sa risolvere);
- per risolverli è necessario applicare conoscenze di matematica apprese (recentemente) a scuola;
- non è ammessa alcuna interazione con la realtà;



## ➤ Le convinzioni degli allievi sui problemi

# Interpretazione (1)

gli stereotipi dei problemi:

- sono presenti tutti e soli i dati necessari per rispondere;
- c'è sicuramente una e una sola soluzione;
- sono risolvibili per lo più in poco tempo (naturalmente se un allievo li sa risolvere);
- per risolverli è necessario applicare conoscenze di matematica apprese (recentemente) a scuola;
- non è ammessa alcuna interazione con la realtà;

l'obiettivo che l'insegnante si pone nel proporre problemi è in genere quello di *valutare* conoscenze e abilità

- in genere la complessità è vista come un ostacolo alla produzione di risposte corrette piuttosto che come occasione di attivare processi di pensiero significativi.

# In questo incontro

## ➤ **Il problema dei problemi**

- Introduzione
- Alcune interpretazioni
- Le scelte dell'insegnante nell'attività di soluzione di problemi

# Che cos'è un problema?

“Un problema sorge quando un essere vivente ha una meta **ma non sa come raggiungerla.**”

[Duncker, 1945]



**problema / esercizio**



# Nel problema

- Dimensione soggettiva
- Dimensione motivazionale
- Dimensione temporale



Suggerisce una semplice strategia  
per proporre problemi ...

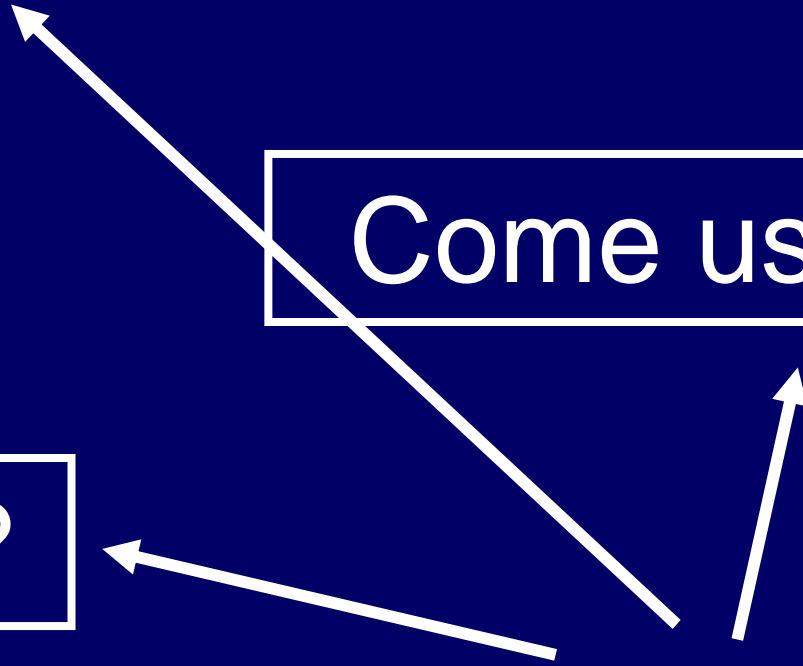
Che tipo di problema?

Come usarlo?

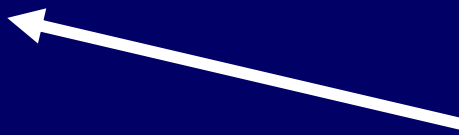
Perché?

Scelte didattiche

...l'insegnante!



Perché?



Scelte didattiche

**...l'insegnante!**

# OBIETTIVI

Valutare  
conoscenze e  
abilità

Consolidare  
conoscenze e  
abilità

# OBIETTIVI

Valutare  
conoscenze e  
abilità

- in genere la complessità è vista come un ostacolo alla produzione di risposte corrette piuttosto che come occasione di attivare processi di pensiero significativi.

Che tipo di problema?

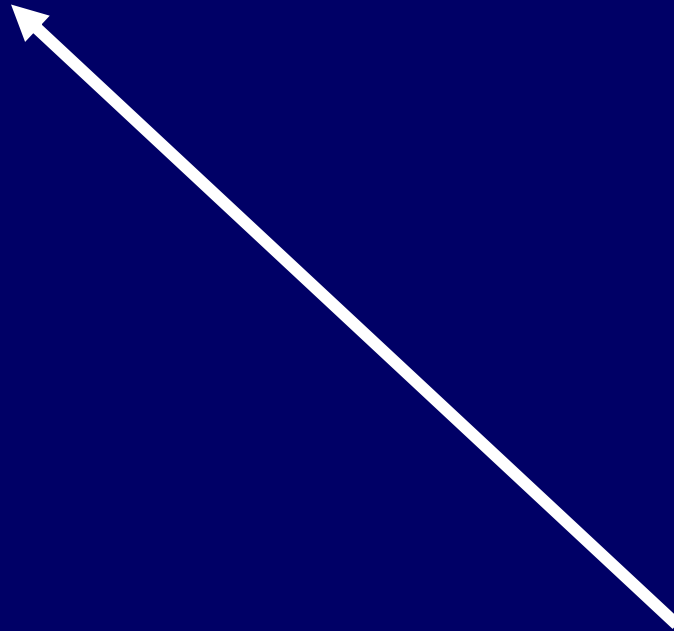
Come usarlo?

Perché?

Scelte didattiche

...l'insegnante!

Che tipo di problema?



Scelte didattiche

**...l'insegnante!**

# LA STRUTTURA MATEMATICA

Si devono utilizzare  
conoscenze apprese  
di recente in matematica

Si devono combinare  
con operazioni tutti e soli  
i dati numerici presenti

C'è una e una sola  
risposta corretta

C'è uno e un solo  
processo risolutivo  
considerato corretto

E' del tipo "tutto o  
niente"



# LA STRUTTURA MATEMATICA

Si devono combinare  
con operazioni tutti e soli  
i dati numerici presenti

## ESERCIZI RIASSUNTIVI: problemi

### RISOLUZIONE DI UN PROBLEMA

 Leggi il testo e risolvi il problema.

Con l'arrivo della primavera, i giardinieri hanno piantato  
125 gerani, 248 petunie e 94 begonie.

Quanti fiori in tutto hanno piantato?



DATI

OPERAZIONE

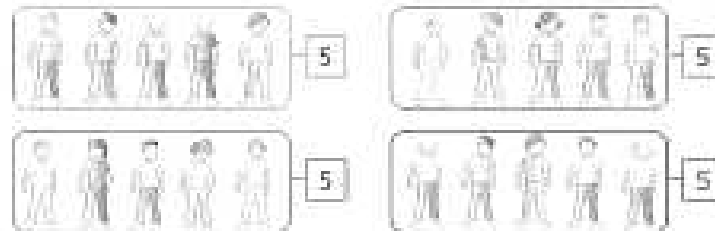
**DATI**

**OPERAZIONI**

## PROBLEMI CON LA MOLTIPLICAZIONE

### 1° problema

In palestra, per fare dei giochi, si formano 4 squadre. Se in ogni squadra ci sono 5 giocatori, quanti bambini partecipano ai giochi?



Calcolo —  $5 \times 4 =$  bambini

Hai considerato i bambini di ogni

squadra e li hai contati per 4 volte.

### 2° problema

Nel suo vivaio, il signor Verdi ha piantato 3 file da 6 alberi ciascuna. Quanti alberi ha piantato in tutto?



Calcolo —  $6 \times 3 =$

Hai considerato il numero degli alberi di una  
fila e li hai considerati per 3 volte.

Per risolvere situazioni simili a questa, l'operazione più veloce  
è la moltiplicazione.

Quale altra operazione poteva essere utilizzata?

Anche se abbiamo rappresentato i problemi in maniera diversa,  
in entrambe le situazioni hai applicato l'operazione della moltiplicazione,  
perché dovevi ripetere più volte uno stesso numero per ottenerne un altro.

## PROVE INVALSI 2008-'09 CLASSE QUINTA

9. **Maria, Renata e Fabio misurano a passi la lunghezza della loro aula. Maria conta 26 passi, Renata ne conta 30 e Fabio 28. Chi ha il passo più lungo?**

- A. Renata.
- B. Fabio.
- C. Maria.
- D. Non si può sapere.

# Nonna Adele

Ogni volta che va a trovare i nipotini, Elisa e Matteo, nonna Adele porta due sacchetti di caramelle che i bambini dovranno mettere nel cassetto di cucina per poi mangiare una caramella ogni tanto.

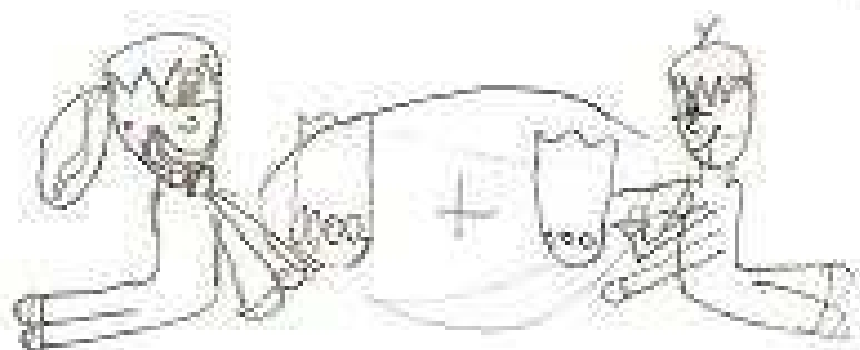
La prima caramella però la possono mangiare subito, ma nonna Adele vuole che Elisa e Matteo la prendano da uno dei due sacchetti senza guardare dentro.

Oggi è arrivata con due sacchetti, uno bianco e uno rosso: Quello bianco contiene 4 caramelle al gusto di menta e 3 al gusto di arancia, quello rosso contiene 3 caramelle al gusto di menta e 4 al gusto di arancia.

Se Matteo può prendere le caramelle per primo, è più facile che gli capiti una caramella all'arancia se pesca dal sacchetto bianco o dal sacchetto rosso?

Perché?

4 È PIÙ GRANDE DI TRE



QUANTI SONO IN  
TUTTO  $4+3=7$

$$\begin{array}{r} 4 + \\ 3 = \\ \hline 7 \end{array}$$

NE

PRIMA

4

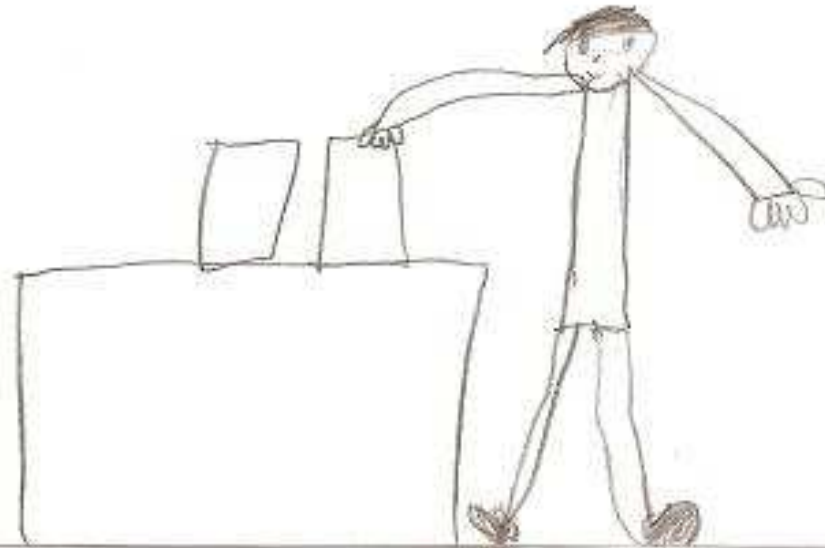
ALABONCA

NEL

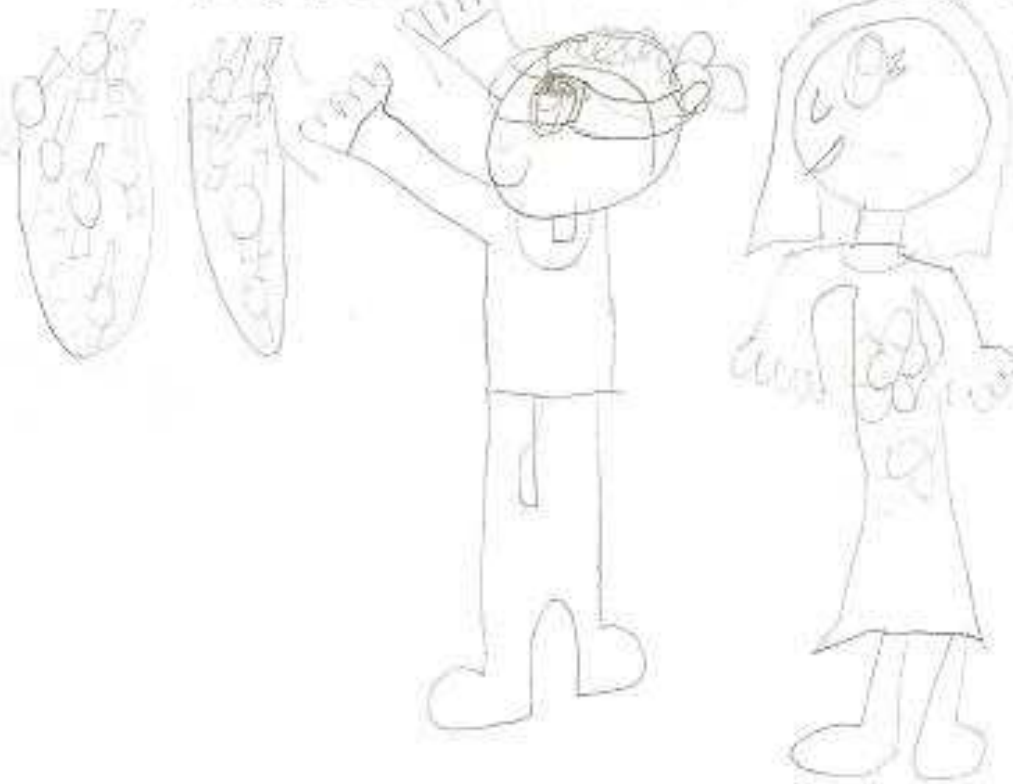
SACETTO

ROSSO

È meglio che pesca da  
quello bianco



L'ANONNA LI VUOVE BENE  
E VOLE L'ACHE, ELISA E MATTEO GIOGANO





STATI UNITI

Un camion dell'esercito può portare 36 soldati. Se bisogna trasportare 1128 soldati alla loro base, quanti camion servono?

45.000 studenti  
"31 col resto di 12" (29%)  
"31" (18%)

Su un battello ci sono 36 pecore.  
10 muoiono affogate.  
Quanti anni ha il capitano?

FRANCIA

...i bambini 'rispondono'!!!!

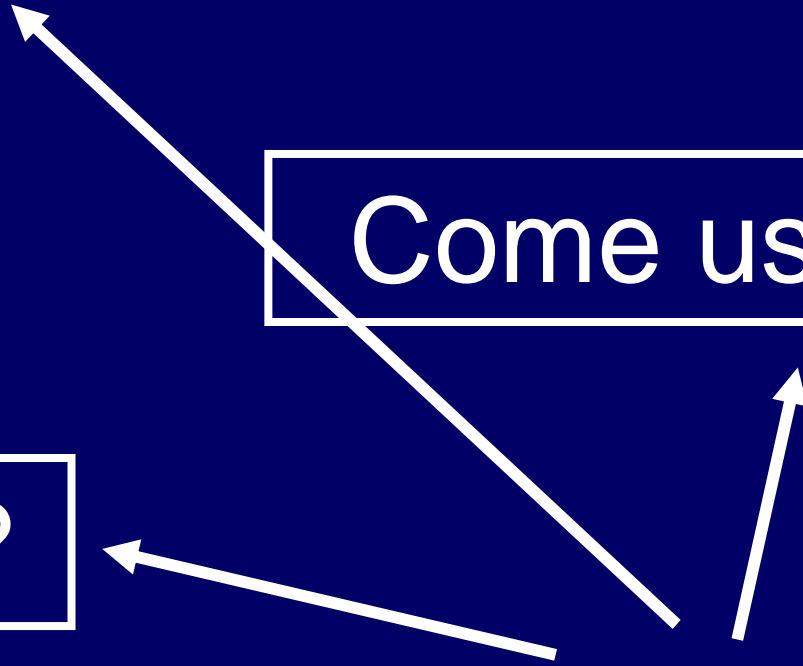
Che tipo di problema?

Come usarlo?

Perché?

Scelte didattiche

...l'insegnante!



Come usarlo?



Scelte didattiche

...l'insegnante!

# MODALITA' D'USO

Da soli

Poco tempo

A casa

(in classe solo la verifica)

L'insegnante  
corregge, risponde

# MODALITA' D'USO

Poco tempo

## Un problema o lo capisci subito o non lo capisci più

*“Per me un problema è uno svolgimento di cui bisogna riflettere, pensare.*

*Ed è anche una lezione che si svolge nel quaderno di aritmetica,*

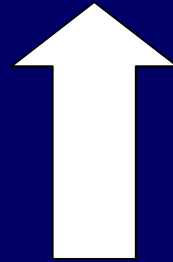
*la parola problema mi fa venire in mente una cosa di cui ha bisogno di tempo, è una cosa che bisogna impegnarci capirla.*

*Il problema è una cosa un po' difficile ma se un bambino mette bene i dati può capire facilmente.*

*Si certo è uno svolgimento che se uno lo capisce bene, altrimenti non lo può più capire.*

*Per me la parola problema è una cosa difficile che mi fa sentir male.” [4.8 C]*

# Il problem solving in classe



**Ripensiamo l'attività di soluzione di problemi**

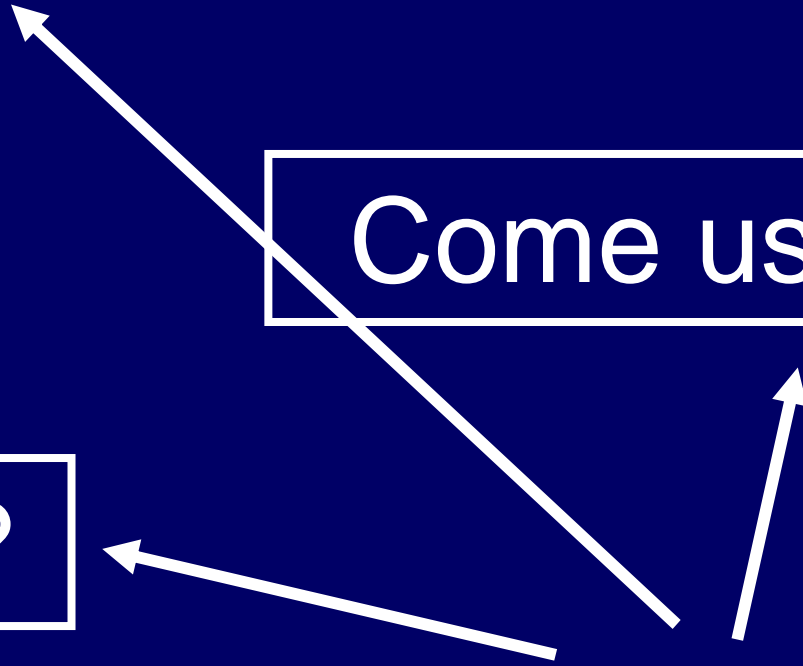
Che tipo di problema?

Come usarlo?

Perché?

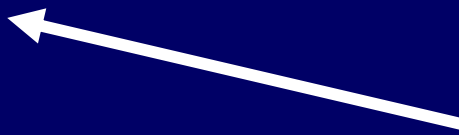
Scelte didattiche

...l'insegnante!





Perché?



Scelte didattiche

**...l'insegnante!**

# OBIETTIVI

Valutare  
conoscenze e  
abilità



**Costruire**  
conoscenze,  
abilità, competenze

- in genere la complessità è vista come un ostacolo alla produzione di risposte corrette piuttosto che come occasione di attivare processi di pensiero significativi.
- un'adeguata complessità è necessaria per attivare processi di pensiero significativi.

## Teste e zampe (C)

Nonna Giulia ha deciso di partire per una breve vacanza.

I suoi nipoti Luca e Matteo le hanno promesso di dare da mangiare ai suoi animali: cani, gatti, polli e conigli.

Il giorno prima di partire la nonna ha chiamato a casa sua Matteo, il più grande dei nipoti. gli ha fatto vedere il cibo da dare agli animali raccomandando di non sbagliare tra quello dei conigli e quello dei polli.

Matteo ha ascoltato con grande attenzione e ha promesso di seguire scrupolosamente le sue istruzioni.

Il giorno dopo i due fratelli escono per recarsi a casa della nonna ad accudire gli animali. Lungo la strada incontrano alcuni amici e si fermano a giocare ai giardini. Non si rendono conto che il tempo passa e che la mamma li aspetta per portarli in piscina per la gara di nuoto.

Per fortuna la nonna ha lasciato il mangime degli animali vicino alle ciotole da riempire, così non devono perdere tempo.

Quando Matteo inizia a preparare il cibo per i polli e per i conigli esclama: “ Le ciotole sono 11 , una per ciascun animale, ma non ricordo quanti sono i polli e quanti sono i conigli! Corri Luca, vai a contarli, intanto io vado a dare da mangiare ai cani e ai gatti “.

Luca protesta, ma poi obbedisce al fratello maggiore.

Tutto trafelato Luca arriva nella parte opposta del cortile, dove si trova la stanza dei polli e dei conigli, ma si accorge che le gabbie sono troppo in alto per lui. riesce a vedere solo le zampe e, per timore di essere rimproverato, conta quelle .

Torna di corsa da matteo ed esclama: “Non ho visto gli animali, ma ho contato 34 zampe!” Matteo si arrabbia perché lui ha bisogno di sapere con esattezza quanti sono i conigli e quanti i polli. Non può rischiare di sbagliare cibo, la nonna si è raccomandata! E’ tardi, non può andare lui, gli animali sono troppo distanti, la mamma li sta aspettando per portarli alla gara!

Puoi aiutare Matteo a risolvere il suo problema?

Matteo ha davvero bisogno del tuo aiuto!

In un recinto ci sono 11 animali, fra  
conigli e galline.  
Le zampe sono 34.

Quanti sono i conigli?  
Quante le galline?

# Processi risolutivi

Classe seconda, scuola Mazzini, Pisa

# Rachele e Chiara

11 COTOLE 11 ANITAU

$$2+2+2+2+2+4+4+4+4+4 = 34$$

5 POU E 6 CONIGLI

# Filippo e Tommaso

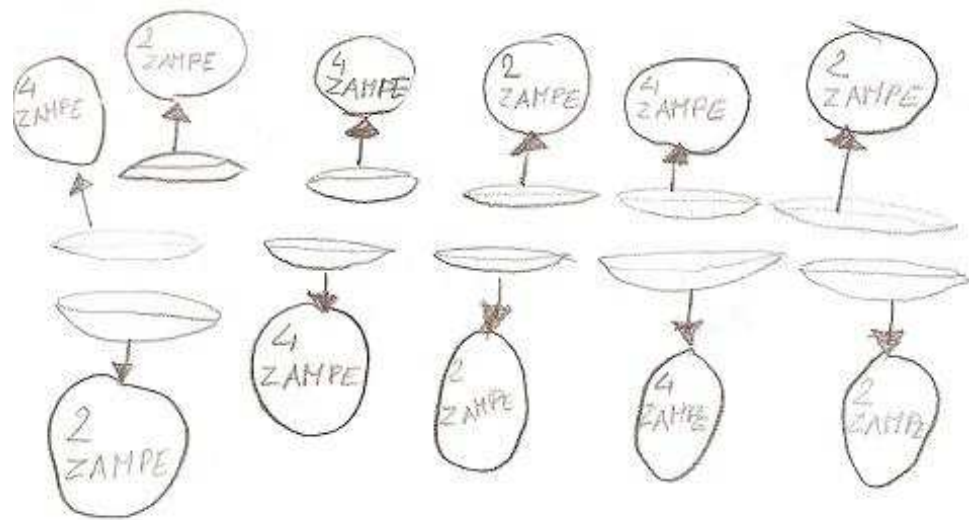


ABBIAMO VISTO CHE 2-4-2-4 RIPETUTO PER 11 VOLTE  
FA 34 E SECONDO NOI I CONIGLI SONO 6 E I

POLLI SONO 5.

E DOI ABBIAMO DISEGNATO 11 CIOTOLE, E ABBIAMO  
INIZIATO A CONTARE LE ZAMPE DEI CONIGLI E  
DEI POLLI



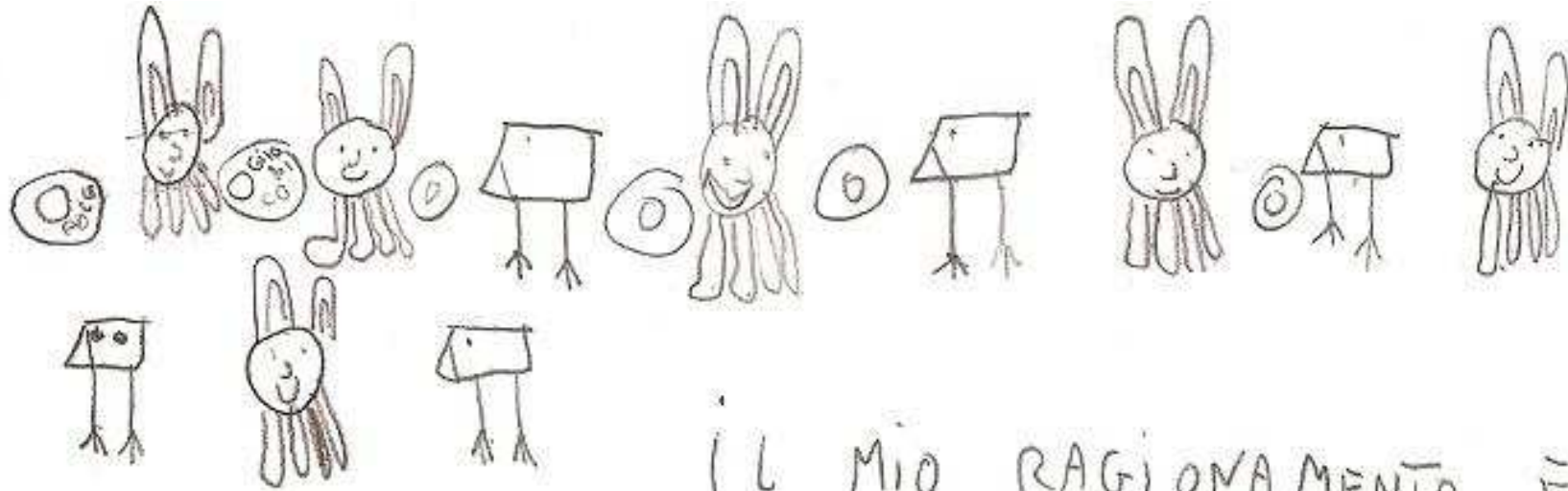


6 POLLI 5 CONIGLI.

$$6 + 5 = 11$$

ABBIAMO DISEGNATO 11  
CIOTOLE POI ABBIAMO SCRITTO  
4 ZAMPE E 2 ZAMPE E 4 ZAMPE  
PER OGNI CIOTOLA.

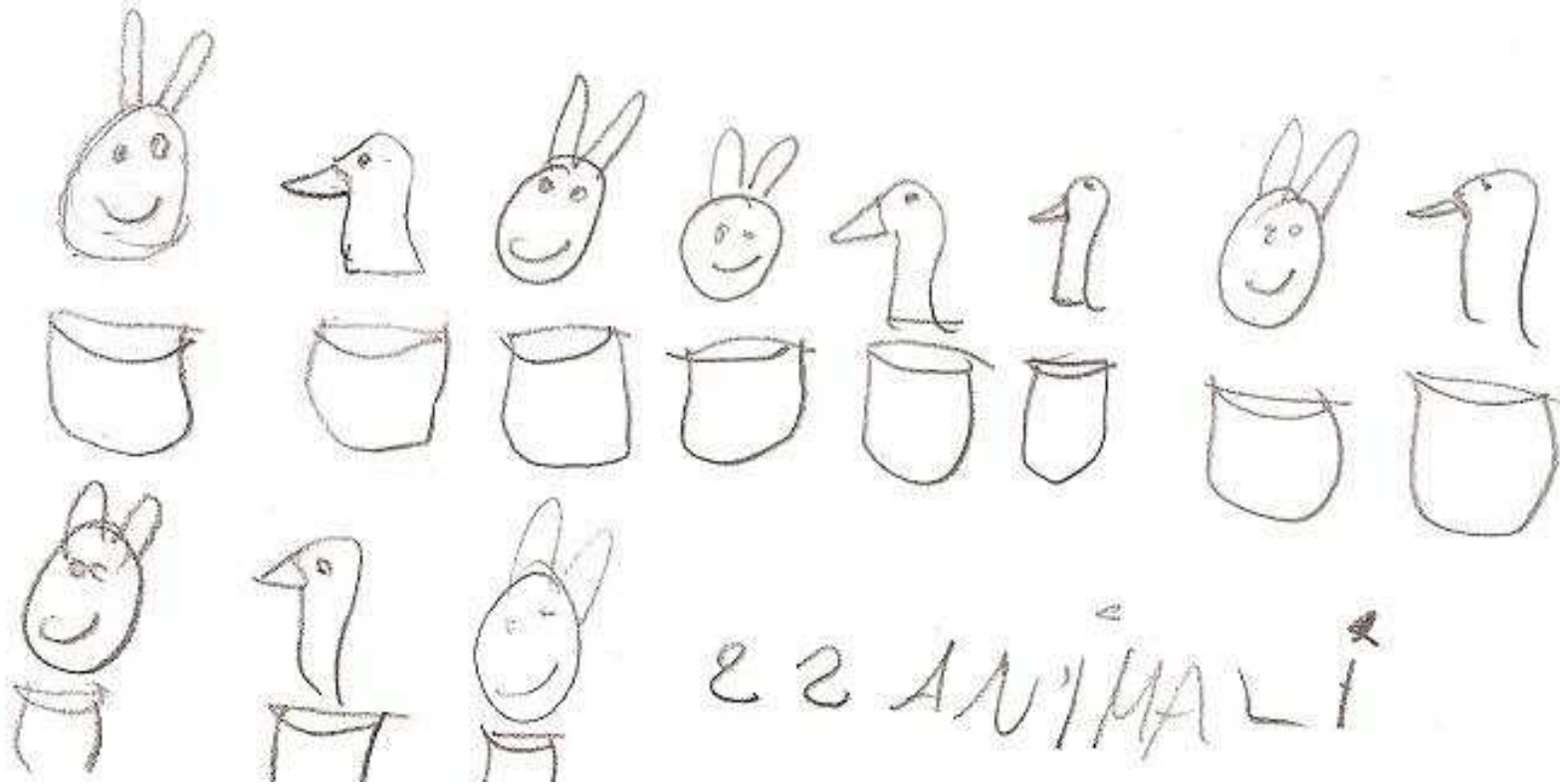
# Maria Chiara e Elisa



IL MIO RAGIONAMENTO È

CHE O FATTO UN DISEGNO  
POI O CAPITO CHE GLI ANIMALI  
ERANO M!!!

# Maria Chiara e Elisa

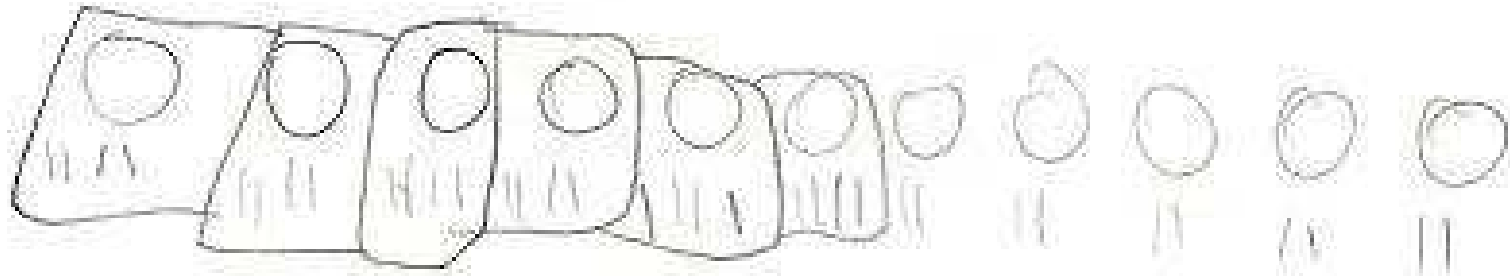


# Valerio e Francesca



IN TUTTO ICONEGLI SONO GE I POLI 5

# Selia



6 LONGI

5 GALLIN E

PRIMA ABBIAMO PRESO 19 TESTE POI  
DOPO ABBIAMO MESSO LE ZAMPE  
E ABBIAMO MESSO A TUTTE LE  
TESTE 2 ZAMPE, POI CI SIAMO  
RICORDATI CHE NON BASTAVAMO  
PERCHE ERAMO ARRIVATI A  
2h E DOVEDAMO AGGIUNGERE  
ALTRE 10 ZAMPE E ALLORA  
ME ABBIAMO DATI  
ALTRI 10 E ABBIAMO  
OTTENUTO 6 CON 10  
E 5 GALLINE

# MODALITA' D'USO

Da soli



A gruppi

Poco tempo



Il tempo necessario

A casa

(in classe solo la verifica)



In classe

L'insegnante  
corregge, risponde



L'insegnante  
fa domande

# LA STRUTTURA MATEMATICA

Si devono utilizzare  
conoscenze apprese  
di recente



Non si sa a priori  
quali conoscenze  
vanno utilizzate

C'è una e una sola  
soluzione



Ci possono essere  
più soluzioni, o anche  
nessuna

Si devono combinare  
con operazioni tutti e soli  
i dati numerici presenti



I dati non è detto  
siano solo numerici.  
Non è detto che  
ci vogliano operazioni.

E' del tipo "tutto o  
niente"



E' possibile  
l'esplorazione



# Il problem solving in classe

- Il ruolo degli errori

# Popper

‘Evitare errori è un ideale meschino: se non osiamo affrontare problemi che siano così difficili da rendere l’errore quasi inevitabile, non vi sarà allora sviluppo della conoscenza. In effetti, è dalle nostre teorie più ardite, *incluse quelle che sono erronee*, che noi impariamo di più. Nessuno può evitare di fare errori; la cosa più grande è imparare da essi.’

# Il problem solving in classe

- Il ruolo degli errori
- L'idea di successo: dalla risposta corretta a processi di pensiero significativi

# La paura di sbagliare

*In 1a elementare avevo paura della matematica perché avevo paura di sbagliare. Già all'inizio della terza comincio a non piacermi più. A me le operazioni in colonna non riescono tanto bene. Infatti quando c'è matematica vorrei tornare a casa.[Giada, 4a el.]*

# Il problem solving in classe

- Il ruolo degli errori
- L'idea di successo: dalla risposta corretta a processi di pensiero significativi
- Il ruolo dell'insegnante

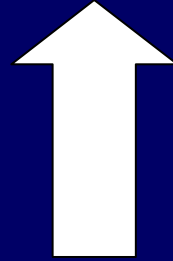
# L'insegnante:

- *Non* corregge eventuali errori
- *Non* suggerisce la risposta corretta

Ma...

- Fa domande per stimolare processi di pensiero:
  - ✓ Cosa avete fatto?
  - ✓ Cosa state facendo?
  - ✓ Cosa pensate di fare?
- Utilizza le potenzialità della 'comunità di pratica' per:
  - ✓ sottolineare la varietà dei processi possibili
  - ✓ sviluppare abilità di argomentazione
  - ✓ negoziare significati

# Il problem solving in classe



**Ripensiamo l'attività di soluzione di problemi**

# **Attività 1.1**

- **Analizzare i problemi dati secondo la griglia proposta**



# GRIGLIA PER L'ANALISI

- 1) Il problema prevede una sola risposta corretta ?
- 2) Si devono utilizzare tutti i dati numerici combinandoli con una o più delle 4 operazioni?
- 3) Il problema prevede un solo processo risolutivo corretto?
- 4) Si ritiene che la maggior parte degli allievi che hanno compreso il testo possa avviare un qualche processo risolutivo (a prescindere dal fatto che poi trovi la soluzione richiesta)?

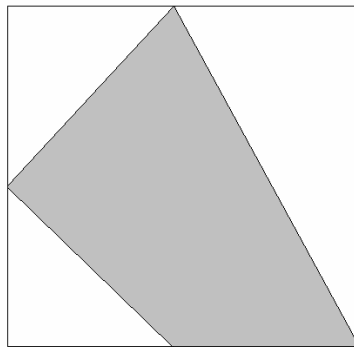
## A cena (5a)

Il salone delle feste è quasi pronto: ci sono 12 tavoli da 8 persone, 2 da 12 e si devono ancora sistemare i 3 tavoli da 7 invitati. All'ultimo momento si sono prenotate ancora 5 persone.

Quante persone ci saranno a cena?

## Problema: Il giardino del signor Torquato

Questo è il giardino del signor Torquato:



Nella parte grigia egli ha piantato fiori e ha seminato a prato la parte bianca.

Il signor Torquato osserva il suo giardino e si chiede:

*“Sarà maggiore la parte con i fiori o quella con il prato?”*

E voi che cosa ne pensate?

Spiegate la vostra risposta.

## Il naso di Pinocchio (Cat. 3, 4, 5)

Il naso di Pinocchio è lungo 5 centimetri.

Quando Pinocchio dice una bugia la Fata dai capelli turchini glielo fa allungare di 3 centimetri, ma quando Pinocchio dà una risposta sincera la Fata glielo fa accorciare di 2 centimetri.

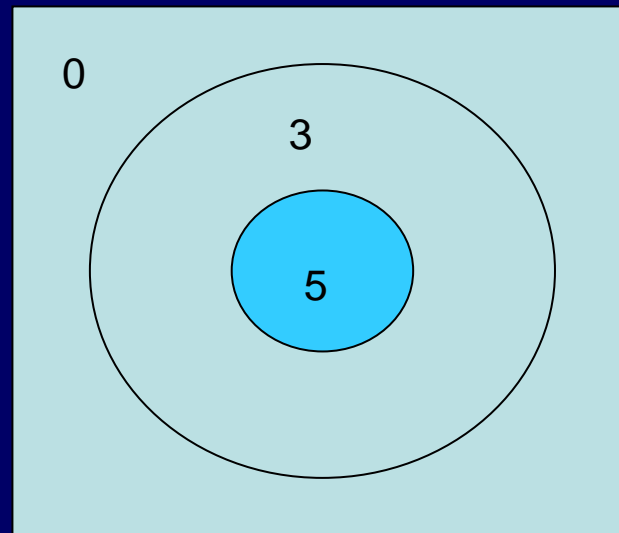
Alla fine della giornata Pinocchio ha il naso lungo 20 centimetri e ha detto 7 bugie.

**Quante risposte sincere ha dato Pinocchio alla Fata nel corso della giornata?**

**Spiegate come avete fatto a trovare la risposta.**

# Il bersaglio (Cat. 3,4)

Saverio ha ottenuto un totale di 11 punti lanciando le sue quattro freccette su questo bersaglio.



Egli sostiene che tirando ogni volta quattro freccette può ottenere tutti i possibili punteggi da 3 a 20.

**Che cosa ne pensate?**

**Per ogni punteggio trovato indicate i vostri calcoli.**

## Bilancia (4a)

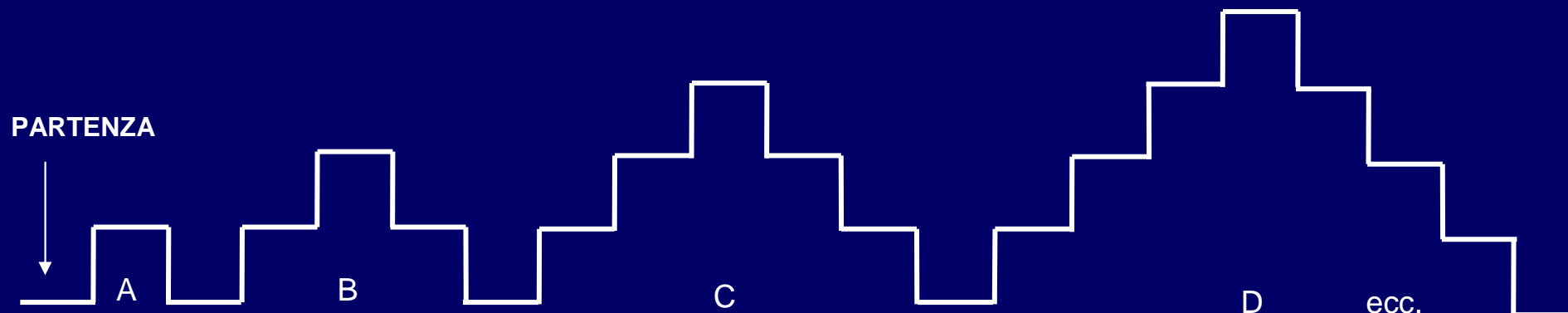
Messi sulla bilancia, 8 sacchi di riso fanno registrare un peso di 8 q.

Ogni sacco vuoto pesa 2,5 Kg.

Qual è il peso effettivo del riso?

# Corsa ad ostacoli (Cat. 3, 4, 5)

In un parco giochi, c'è un percorso formato da scale.



Piero è alla partenza, e deve superare, nell'ordine, gli ostacoli A, B, C, D, E, F, G, H, ...

Egli deve avanzare, gradino dopo gradino, senza saltarne nemmeno uno e senza fare più di un passo sullo stesso gradino.

Fa il suo primo passo su A.

Al quarto passo si trova sulla sommità di B.

**Indicate con precisione il gradino sul quale si trova Piero al 50° passo.**