Esercitazione e tutoraggio del 28-11-2007

Accenni con esempi pratici al concetto di differenziale e gradiente per funzioni a piu' variabili. Da $R \rightarrow R^n$, da $R^n \rightarrow R^m$.
Calcolo del gradiente, e definizione del differenziale di alcune funzioni di trasformazioni di coordinate importanti e accenno al concetto di Jacobiano,
Concetto di linea di livello .
Punti critici, punti critici non degeneri.
Hessiano di una funzione (accennato in forma non rigorosa al teorema del punto critico di Morse, dimostrazione omessa):
Caso in cui la funzione di Taylor presenta la parte quadratica non degenere e dunque approssima a meno di piccole deformazioni la funzione nell' intorno di un punto critico.
Discussione degli autovalori della matrice Hessiano per n=2 e casistica al variare del determinante e traccia dell Hessiano.
Applicazione allo studio di funzioni. In particolare discussione del significato della matrice Hessiana .

Esercizi svolti:

1) $f(x,y)= x^2y$.

-Disegnare le linee di livello
-Calcolare le derivate parziali di f nel punto (2,1) e disegnare il gradiente in tale punto.

2) Siano

$F(x,y)= 3xy + 4x -4x^2 – 2y^2 -4y$
$G(x,y)= 4xy + 4x + 2y^2 - 4y$.

Determinare i punti stazionari o critici delle due funzioni
Determinare le matrici hessiane in tali punti.

3) sia

$f(x,y,z) = (x^2 + y^2)(1-z^2)+z^2$.

Trovare i punti critici ostazionari della funzione
Calcolare la matrice Hessiana.

4) sia
$f(x,y) = x^3 – 3x +2y^3-3y^2 +1$.

Determinare e classificare i punti critici in tutto R^2.

5) Applicazione del teorema del differenziale di funzione composta al cambio di coordinate.
Si calcoli il differenziale della seguente funzione e trovarne velocita'in coordinate polari:

$x= r\cos\varphi$
$y=r\sin\varphi$

La matrice del diffrenziale e’ la matrice Jacobiana.