

V esercizi in classe

24 novembre 2006

ESERCIZIO n. 1 Il coseno dell'angolo di incidenza tra la retta descritta dalle condizioni  $4x - y - z = 2$ ,  $2x + y - 2z = 1$  e la normale al piano immagine di  $(s, t) \mapsto (s - t + 4, 2s + 2t + 1, 3s + t + 2)$  è

- $\frac{1}{3\sqrt{3}} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{\sqrt{3}}$

ESERCIZIO n. 2 Quale delle seguenti funzioni è convessa?

- $x^2 + \frac{1}{x} + \log x$ ,  $(\log(x + \sqrt{1 + x^2}))^2$ ,  $x^2 - \sin x$ ,

ESERCIZIO n. 3 Quale delle seguenti funzioni è iniettiva? quale bigettiva?

- $\log(1 + 2x + x^2)$ ,  $x + \sin^2 x$ ;  $((\log x)^2 - (\log y)^2, xy)$ ;  $(\frac{2rx}{r-z}, \frac{2ry}{r-z})$   $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ ;  
 $u = e^{x+y} - e^{x-y} - x$ ,  $v = x + y$

ESERCIZIO n. 4

- Si trovi il tangente a:  $x^7 + 2y^7 + z^7 - 2 = 0$  e  $x^5 + 2y^5 + z^3 - 2 = 0$  in  $(1, 1, -1)$ ,
- Si calcoli l'angolo di incidenza tra  $xy = z$  e  $\cos(2\pi xy) = z$  in  $(1, 1, 1)$ ,
- Si calcoli il coseno dell'angolo tra il cammino  $(\cos t, \sin t, t)$  e la normale a  $x^2 + y^2 = z$  nel punto di incidenza

ESERCIZIO n. 5 Per le seguenti relazioni si calcolino le derivate specificate nei punti dati:

- $x^y = y^x$ ,  $\frac{dy}{dx}$ ,  $x = 1$ ;  $e^z - xy^2z = 0$   $\frac{\partial z}{\partial y}$ ,  $(x, y) = (-\frac{1}{2}, \frac{1}{e})$ .;
- $u = e^{x+y} - e^{x-y} - x$ ,  $v = x + y$ ,  $\frac{\partial x}{\partial u}$ ,  $\frac{\partial^2 y}{\partial u \partial v}$ ,  $u = 0$ ,  $v = 0$ .

ESERCIZIO n. 6 - Si provi che una trasformazione lineare da  $\mathbb{R}^2$  in  $\mathbb{R}^3$  conserva gli angoli tra vettori se e solo se i trasformati della base canonica sono ortogonali e di egual lunghezza.

- Si provi che una parametrizzazione di una superficie nello spazio conserva gli angoli tra curve se e solo se il suo differenziale conservagli angoli tra vettori

- Sia  $S(x, y, z) = (\frac{2x}{1-z}, \frac{2y}{1-z})$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  la proiezione stereografica dal "polo nord" sul tangente per il "polo sud". Se ne scriva l'inversa.

- Dai punti precedenti si deduca che la proiezione stereografica conserva gli angoli.