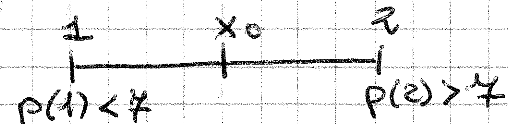
Risolvere con il metodo di bisezione l'equazione $x^3+2x-7=0$, determinando con certezza le prime due cifre della parte decimale.

Poniamo $p(x) = x^3+2x$. La radice x_0 è tale che $p(x_0) = 7$.

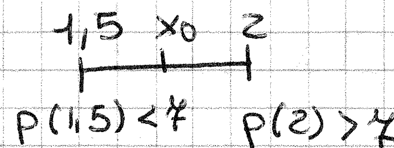
Consideriamo l'intervallo $(1,2)$

$p(1) = 1+2 = 3 < 7 \qquad p(2) = 8+4 = 12 > 7$

quindi $1 < x_0 < 2$



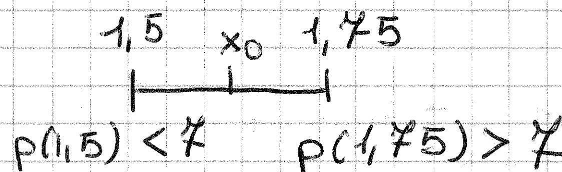
$p\left(\frac{1+2}{2}\right) = p(1,5) = 6.375 < 7$



quindi $1,5 < x_0 < 2$

$\frac{1,5+2}{2} = 1,75$

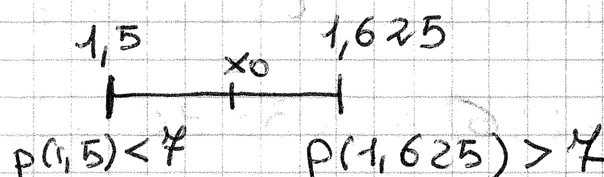
$p(1,75) \simeq 8.86 > 7$



quindi $1,5 < x_0 < 1,75$

$\frac{1,5+1,75}{2} = 1.625$

$p(1,625) \simeq 7,54 > 7$

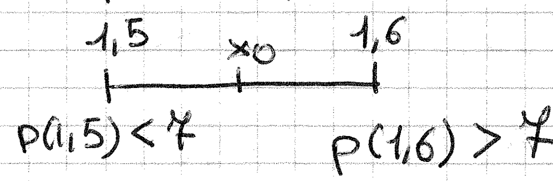


quindi $1,5 < x_0 < 1,625$

---

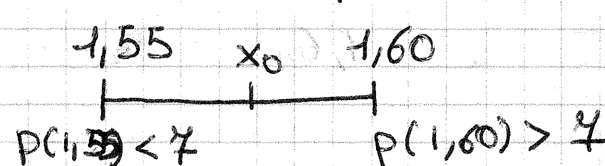
procedendo in questo modo i conti sono lunghi e laboriosi proponiamo una piccola modifica per il procedimento.

$P(1,6) = 7,296 > 7$



quindi $1,5 < x_0 < 1,6$

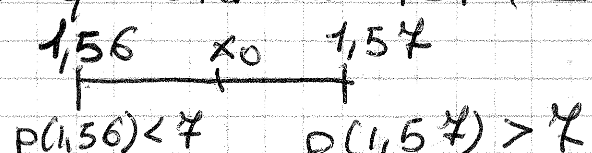
$p(1,55) \simeq 6,82 < 7$



quindi $1,55 < x_0 < 1,60$

Invece di valutare p(x) in 1,575, valutiamo per semplicità in 1,57

$p(1,57) \simeq 7.01 > 7$



Valutiamo $p(1,56) \simeq 6.92 < 7$

Possiamo quindi concludere che $1,56 < x_0 < 1,57$

Ne deduciamo $x_0 = 1.565 \pm 5 \cdot 10^{-3}$

Poiché $1,56 < x_0 < 1,57$ possiamo dire con certezza che le prime 2 cifre decimali sono esatte.

Se continuassimo valutando ad esempio

$p(1,568) = 6,991 < 7$ $\quad p(1,569) = 7,0005 > 7$

$1,568 < x_0 < 1,569$

$x_0 = 1,5685 \pm 5 \cdot 10^{-4}$

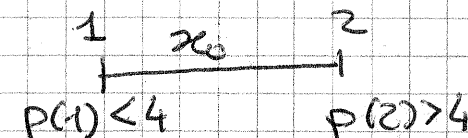
e siamo sicuri delle prime 3 cifre decimali.

Determinare con certezza le prime 2 cifre della parte decimale della radice positiva dell'equazione $x^4 - 2x - 4 = 0$

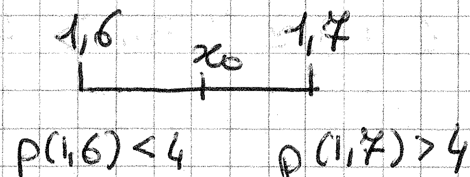
$p(x) = x^4 - 2x$ Vogliamo determinare x_0 tale che

$p(x_0) = 4$

$p(1) = -1 < 4$ $\quad p(2) = 12 > 4$



$p(1,5) = 2.0625 < 4$

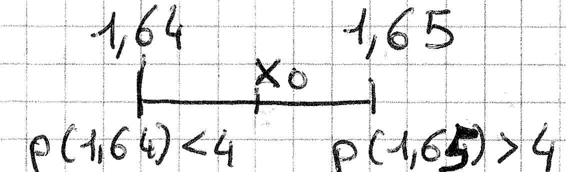


$p(1,6) = 3.3536 < 4$

$p(1,7) = 4.9521 > 4$

$p(1,65) = 4.11 > 4$

$p(1,64) = 3.95 < 4$



Quindi $1,64 < x_0 < 1,65$

cioè $x_0 = 1,645 \pm 5 \cdot 10^{-3}$

e siamo certi delle prime 2 cifre decimali.

Determiniamo anche la radice negativa dell'equazione

$p(-2) = 20 > 4$ $\quad p(-1) = 3 < 4$ $\quad p(-1,5) = 8.0625 > 4$

$-2 < x_0 < -1$ $\quad p(-1,3) = 5.4561 > 4$

$p(-1,2) = 4.4736 > 4$

$p(-1.1) = 3.6641 < 4$ Quindi $-1{,}2 < x_0 < -1{,}1$

$p(-1.15) \simeq 4.049 > 4$ Quindi $-1.15 < x_0 < -1.14$

$p(-1.14) \simeq 3.969 < 4$

cioè $x_0 = -1.145 \pm 5 \cdot 10^{-3}$

ed anche in questo caso siamo certi delle prime 2 cifre decimali.