

Matematica e Statistica, Anno Accademico 2008-2009,
 Scienze Ecologiche e della Biodiversità

Jimmy A. Mauro, Vincenzo M. Tortorelli

I appello A: 20 Gennaio 2009

COGNOME		N. MATRICOLA
NOME		ANNO ISCR.

ISTRUZIONI al fine della valutazione:

- compilare l'intestazione in stampatello maiuscolo
- riportare con ordine lo svolgimento della soluzione agli esercizi contrassegnati da ●;
- scrivere, nello spazio apposito all'interno della tabella sottostante, solo la risposta agli altri;
- il tutto sul presente foglio, l'unico che deve essere consegnato.

1	$(0, \sqrt{3}]$	2	$\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5}{6} \pi$
3	$\frac{11}{17} (0,647)$	4	$\frac{5}{7}$
5	64	6	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$
7			
8	$\frac{2}{2x-1} - \frac{2}{(2x-1)^2} = 4 \frac{x-1}{(2x-1)^2}$	9	$\frac{(x+1)^2}{2} (8x - \frac{x^2}{4} - x - \frac{1}{2} (8x + 5/4))$ $(\frac{1}{2} x(x+2)) (8x - \frac{x^2}{4} - x + 5/4)$
10	$ce^x - 1, c \in \mathbb{R}$	11	$\frac{2}{3}$
12	$\frac{1}{6}$		

ESERCIZIO n. 1 Trovare il dominio di $\sqrt{1 - 2 \log_3 x}$.

ESERCIZIO n. 2 Risolvere $\sin x \geq \frac{1}{2}$, $0 \leq x \leq 2\pi$.

ESERCIZIO n. 3 Una coppia di "Gypaetus barbatus barbatus" occupa un territorio, approssimativamente rettangolare, che si estende per 20-40 km lungo il crinale di una catena montuosa, per scendere verso valle di 3 - 7 km. Con che errore relativo si valuta la superficie in questione?

ESERCIZIO n. 4 Ad una soluzione concentrata al 20% quale frazione del soluto iniziale devo aggiungere per avere una nuova soluzione concentrata al 30%?

ESERCIZIO n. 5 Quante sono le "parole" di tre caratteri scelti tra A, T, C, G.

ESERCIZIO n. 6 Calcolare il coseno tra le semirette individuate dai vettori (1, 1, 1) e (1, 2, 1).

ESERCIZIO n. 7 Tracciare il grafico $y = e^{|x|} - 1$.

ESERCIZIO n. 8 Calcolare la derivata seconda di $x \log(2x - 1)$.

ESERCIZIO n. 9 Calcolare la primitiva di $(x + 1) \log x$ che vale 0 per $x = 1$.

ESERCIZIO n. 10 Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale $y'(x) = y(x) + 1$.

ESERCIZIO n. 11 Calcolare la covarianza per i dati (1, 2), (3, 4), (2, 1)

ESERCIZIO n. 12 Calcolare con che probabilità lanciando due dadi non truccati si ottiene come somma 7.

• ESERCIZIO n. 13 Calcolare le coordinate del vettore (1, 2) nella base (1, 1), (1, 3)

• ESERCIZIO n. 14 Si consideri l'equazione differenziale $y'(x) = (y(x) - 1)(y(x) - 3)$

a) Sulla base di considerazioni qualitative basate sull'equazione e sulla teoria si disegnano approssimativamente i grafici delle soluzioni corrispondenti ai dati iniziali $y(0) = 1$, $y(0) = 3$, $y(0) = 0$, $y(0) = 2$, $y(0) = 4$.

b) Si calcoli la soluzione per il dato $y(0) = \frac{1}{2}$.

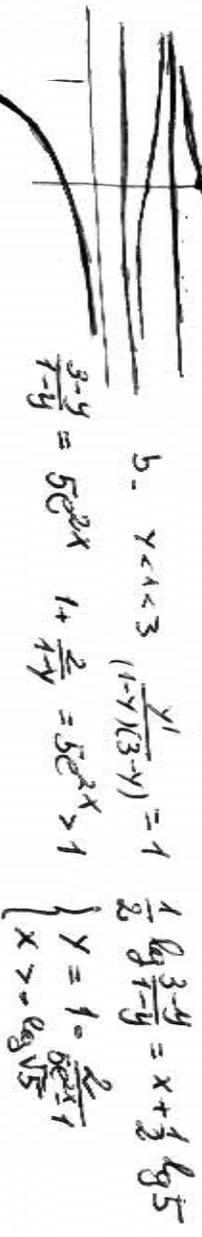
• ESERCIZIO n. 15 Un evento aleatorio X ha la seguente distribuzione: $P(X = 2^n) = \frac{3}{4^{n+1}}$ e $P(X \text{ non } \leq 2^n) = 0$.

a) Si verifichi che quella data è effettivamente una distribuzione di probabilità.

b) Si calcoli il valor medio di X .

13. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{1 \cdot 3 - 1 \cdot 1} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 - 1 \\ -1 + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

14 a.



15 a. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3}{4^{n+1}} = \frac{3}{4} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4^n} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = 1$ b. $E(X) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n \cdot 3}{4^{n+1}} = \frac{3}{4} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{3}{2}$

Matematica e Statistica, Anno Accademico 2008-2009,
 Scienze Ecologiche e della Biodiversità
 Jimmy A. Mauro, Vincenzo M. Tortorelli
 I appello B: 20 Gennaio 2009

COGNOME		N. MATRICOLA	
NOME		ANNO ISCR.	

ISTRUZIONI al fine della valutazione:

- compilare l'intestazione in stampatello maiuscolo
- riportare con ordine lo svolgimento della soluzione agli esercizi contrassegnati da ●;
- scrivere, nello spazio apposto all'interno della tabella sottostante, solo la risposta agli altri;
- il tutto sul presente foglio, l'unico che deve essere consegnato.

1	$(0; 4]$	2	$-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$
3	$\frac{17}{61}$ (0,278...)	4	40%
5	24	6	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
7			
8	$\frac{2}{x-1} - \frac{2}{(x-1)^2} = 2 \frac{x-2}{(x-1)^2}$	9	$\frac{(x-1)^2(x-2) - \frac{2}{x-1} \cdot (x-1)^2}{(x-1)^4} = \frac{(x-1)(x-2) - 2}{(x-1)^3} = \frac{x^2 - 3x + 2 - 2}{(x-1)^3} = \frac{x^2 - 3x}{(x-1)^3}$
10	$\cos x - 1, \cos \in \mathbb{R}$	11	$\frac{8}{3}$
12	$\frac{5}{36}$		

ESERCIZIO n. 1 Trovare il dominio di $\sqrt{2 - \log_2 x}$.

ESERCIZIO n. 2 Risolvere $\cos x \geq \frac{1}{2}$, $-\pi \leq x \leq \pi$.

ESERCIZIO n. 3 La velocità di migrazione dell' "Hirundo rustica" è di 44-52 Km/h. Dopo 2-3 giorni qual'è l'errore relativo nel valutare la distanza percorsa?

ESERCIZIO n. 4 Ad una soluzione concentrata al 20% si aggiungono i $\frac{5}{3}$ del soluto presente inizialmente: qual'è la concentrazione della nuova soluzione?

ESERCIZIO n.5 Quante sono le "parole" di tre caratteri distinti scelti tra A, T, C, G.

ESERCIZIO n. 6 Calcolare il coseno tra le semirette individuate dai vettori (2, 0, 2) e (1, 2, 1).

ESERCIZIO n. 7 Tracciare il grafico $y = \log|x - 1|$.

ESERCIZIO n. 8 Calcolare la derivata seconda di $x \log(x - 1)^2$.

ESERCIZIO n. 9 Calcolare la primitiva di $(x - 1) \log x$ che vale 0 per $x = 1$.

ESERCIZIO n. 10 Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale $y'(x) = 2y(x) + 2$.

ESERCIZIO n. 11 Calcolare la covarianza per i dati (2, 4), (6, 8), (4, 2)

ESERCIZIO n. 12 Calcolare con che probabilità lanciando due dadi non truccati si ottiene come somma 8.

• ESERCIZIO n. 13 Trovare le coordinate del vettore (4, 2) nella base ((6, 2), (2, 2)).

• ESERCIZIO n. 14 Si consideri l'equazione differenziale $y'(x) = (1 - y(x))(y(x) - 3)$

a) Sulla base di considerazioni qualitative basate sull'equazione e sulla teoria si disegnano i grafici delle soluzioni corrispondenti ai dati $y(0) = 1$, $y(0) = 3$, $y(0) = 0$, $y(0) = 2$, $y(0) = 4$.

b) Si calcoli la soluzione per il dato $y(0) = \frac{1}{2}$.

• ESERCIZIO n. 15 Un evento aleatorio X ha la seguente distribuzione: $P(X = \frac{1}{2^n}) = \frac{1}{2^{n+1}}$

e $P(X \text{ non è potenza di } \frac{1}{2}) = 0$.
a) Si verifichi che quella data è effettivamente una distribuzione di probabilità.
b) Si calcoli il valor medio di X.

13.
$$\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{6 \cdot 2 - 2 \cdot 2} \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 - 2 \cdot 2 \\ -2 \cdot 4 + 6 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

14 a



b. $y < 1 < 3$ $\frac{y'}{(1-y)(3-y)} = -1$

$\frac{1}{(1-y)(3-y)} = \frac{1}{2} \left(\log \frac{3-y}{1-y} \right)'$ $\log \frac{3-y}{1-y} = -2x + C$

$\begin{cases} y = 1 - \frac{2}{5e^{-2x} + 1} \\ x < 0, 8 \sqrt{5} \end{cases}$

$\frac{3-y}{1-y} = 5e^{-2x}$ $1 + \frac{2}{1-y} = 5e^{-2x} > 1$

15 a $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{n+1}} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 1$ b $EX = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cdot \frac{1}{2^{n+1}} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{2n}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{4}} = \frac{2}{3}$