Matematica, Anno Accademico 2009-2010,

Biotecnologie

Vincenzo M. Tortorelli

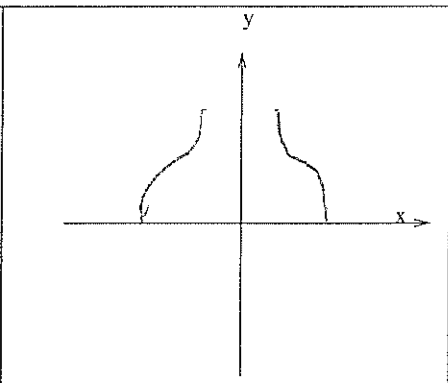
RECUPERO consuntivo delle tre prove in itinere: 27 Maggio 2010

COGNOME		N. MATRICOLA	
NOME		ANNO	

ISTRUZIONI al fine della valutazione:

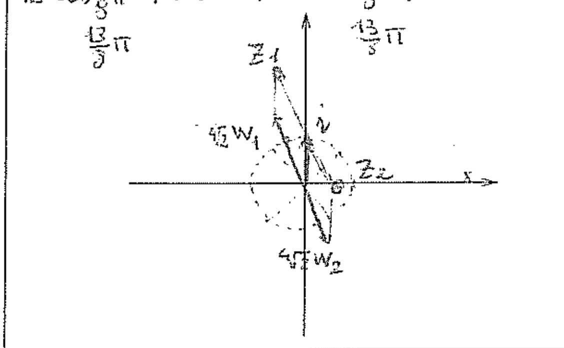
- *compilare l'intestazione in stampatello maiuscolo*
- *riportare con ordine* lo svolgimento della soluzione agli esercizi contrassegnati da ⊛;
- scrivere, nello spazio apposito all'interno della tabella sottostante, *solo* la risposta agli altri
- il tutto sui fogli consegnati, *gli unici* da consegnarsi.
- **NOTA 1** Per i temi **2, 7, 8** vanno date le risposte con le modalità indicate a **tutti** i quesiti.
- **NOTA 2** Per i temi **5, 6, 10, 12** basta svolgere **un solo** punto su due.
- **NOTA 3** per il tema **9** basta svolgere **due** punti su tre.

1

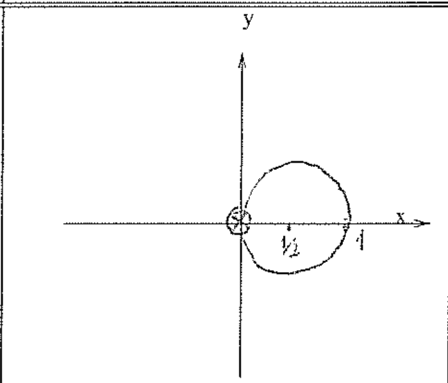


2 ab

$\sqrt[4]{2}\cos\frac{5}{3}\pi + i\left(1+\sqrt[4]{2}\sin\frac{5}{3}\pi\right)$

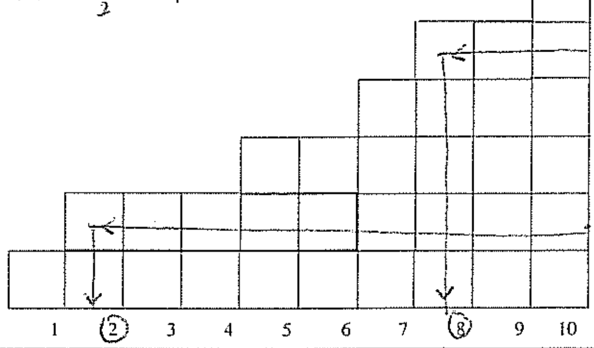


3



4

$m = \frac{11}{2} \sim 5,5$



5a	$\left(\frac{1}{2}-\sqrt{3}\right)x+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right)y = \frac{3}{2}-13\sqrt{3}$	b	$(0,\ 2,\ -1)\frac{1}{\sqrt{5}}$	6a	784	b	$\frac{125}{1296} \sim 0,0965$

7a	SI	b	SI	c	SI	d	$0,\ \frac{1}{72}$	8a	$\frac{35}{2} = 17,5$	b	$Q_1+Q_2+Q_3+Q_4+Q_5 = 7\cdot\frac{31}{32}$

9a	$y = -\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi 3}{2}$	b	$x-y+2z = \frac{\pi}{2}$	c	$x+2y+2z = 6$

10a		b	$1+x+\frac{x^2}{2}+x(y-1) = 1+\frac{x^2}{2}+xy$

11	$-2\sqrt{x+1}\,e^{-\sqrt{x+1}} - 2e^{-\sqrt{x+1}} + c$	12a	$\frac{3}{56}$	b	$\frac{\pi}{27}\left(10^{\frac{3}{2}}-1\right)$

ESERCIZIO n. 1 Si tracci il grafico di $arcos(|x| - 2)$.

ESERCIZIO n. 2 a- Si trovino le soluzioni in **C** dell'equazione $z^2 - 2iz + i = 0$, eventualmente non esplicitando i valori di grandezze trigonometriche.
b- Si riportino le soluzioni nel piano complesso confrontando con angoli noti e usando la somma vettoriale (regola del parallelogramma).

ESERCIZIO n. 3 Si disegni l'insieme del piano cartesiano definito dalla seguente condizione sulle coordinate polari dei suoi punti $\rho = \cos\varphi$, $\rho \neq 0$.

ESERCIZIO n. 4 In figura è riportato il diagramma della funzione di ripartizione di un campione numerico. Si determinino primo ed ultimo quartile sugli effettivi, e media .

• ESERCIZIO n. 5 a- Si determini l'equazione della retta inclinata di $\frac{\pi}{3}$ in senso antiorario a partire dalla retta $x + 2y = 3$ e passante per il suo punto $(11, -4)$.
b- Si trovi un vettore di lunghezza 1 ortogonale alle rette descritte dai cammini $t \mapsto (t, t+1, 2t)$ e $t \mapsto (3t - 3, t, 2t - 2)$.

ESERCIZIO n. 6 a- In quanti modi si distribuiscono 5 caramelle a 8 bambini senza darle tutte ad uno?
b- Si lanciano 5 dadi non truccati con che probabilità si ottengono esattamente 2 sei e 1 tre?

ESERCIZIO n.7 a- Detti (X, Y) i risultati del lancio di due dadi non truccati, gli eventi A(X pari), B(Y pari) sono indipendenti?
b- Gli eventi C(X+Y=3) ed A sono indipendenti?
c- Gli eventi C e B sono indipendenti?
d- Calcolare $P(A \text{ e } B \text{ e } C)$ e $P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$.

• ESERCIZIO n.8 a- Lanciando 5 volte un dado non truccato qual'è il valor medio della somma dei risultati?
b- Chiamato X_i il risultato del lancio i^o, pagando all' i^o lancio una quota Q_i si vince $\frac{X_i}{2^{i-1}}$. Che condizioni vanno imposte ai numeri Q_i perchè il giuoco sia equo, cioè la media del ricavato totale nei cinque lanci sia nulla?

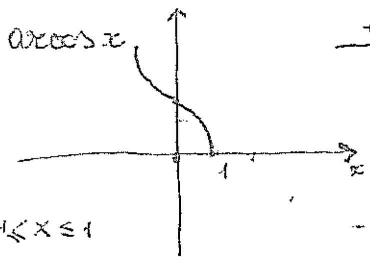
• ESERCIZIO n.9 a- Si scriva l'equazione della retta tangente al grafico determinato da $y = x\log(1 + \sin\sqrt{x})$ in $(\pi^2, 0)$.
b- Si scriva l'equazione del piano tangente alla superficie immagine di $(s, t) \mapsto (s\cos t, s\sin t, t)$ nel punto $(1, 1, \frac{\pi}{4})$.
c- Si scriva l'equazione del piano tangente alla regione definita da $x \cdot y \cdot z = 2$ nelpunto $(2, 1, 1)$.

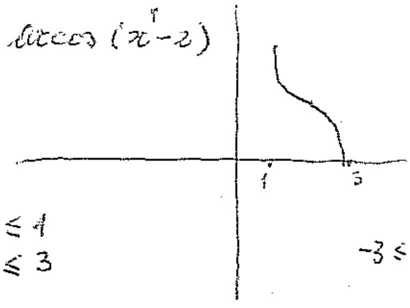
ESERCIZIO n.10 a- Si calcoli il limite di $\frac{x+\log(1-\sin x)}{1-\cos x}$ per $x \to 0$.
b- Si calcoli il plinomio di Taylor del secondo ordine e centro $(0, 1)$ della funzione $f(x, y) = e^{xy}$.

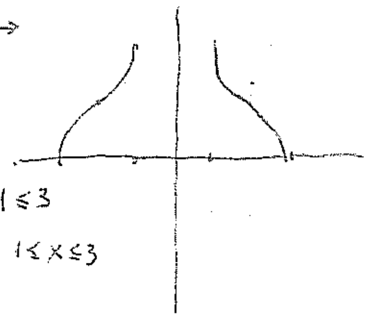
ESERCIZIO n.11 Si calcoli la primitiva di $e^{-\sqrt{x+1}}$.

• ESERCIZIO n.12 a- Si calcoli il volume della regione definita da $0 \leq z \leq x^2y \leq y^2 \leq x$.
b- Si calcoli l'area della superficie ottenuta dalla rotazione, attorno all'asse orizzontale, del grafico determinato da $y = x^3$, $0 < x < 1$.

1 $\arccos x \xrightarrow{+2} \arccos(x-2) \longleftrightarrow$







$-1 \le x \le 1$

$-1 \le x-2 \le 1$
$1 \le x \le 3$

$1 \le |x| \le 3$
$-3 \le x \le -1$ ó $1 \le x \le 3$

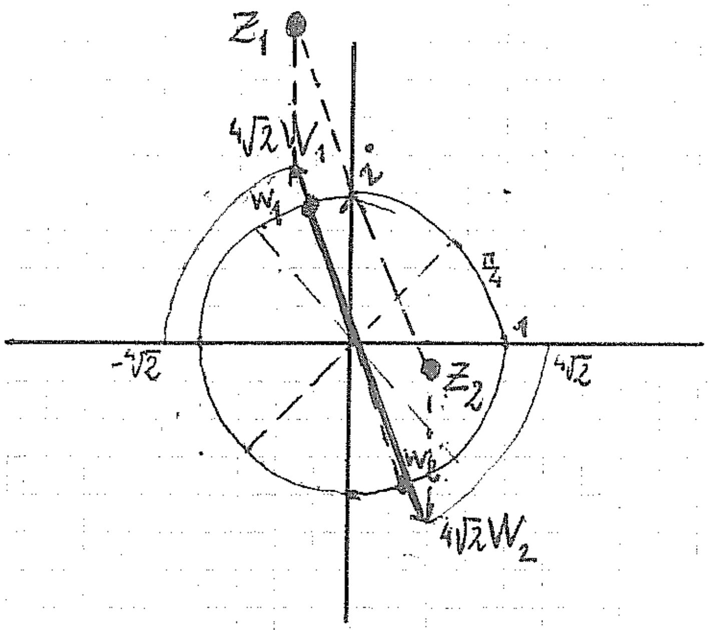
2 a $z^2 - 2iz + i = 0$ $\quad z \in \dfrac{2i \pm \sqrt{-4-4i}}{2} = i \pm \sqrt{-1-i} = i + \sqrt[4]{2}\sqrt{-\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}} =$

$= i + \sqrt[4]{2}\sqrt{\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}} = i + \sqrt[4]{2}\left\{\cos\frac{5}{8}\pi + i\sin\frac{5}{8}\pi,\ \cos(\tfrac{5}{8}\pi+\pi) + i\sin(\tfrac{5}{8}\pi+\pi)\right\}$

$z_1 = \sqrt[4]{2}\cos\frac{5}{8}\pi + i(1+\sqrt[4]{2}\sin\frac{5}{8}\pi) = i + \sqrt[4]{2}w_1 \qquad w_1^2 = -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}$

$z_2 = \sqrt[4]{2}\cos\frac{13}{8}\pi + i(1+\sqrt[4]{2}\sin\frac{13}{8}\pi) = i + \sqrt[4]{2}w_2 \qquad w_2^2 = -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}$

2 b



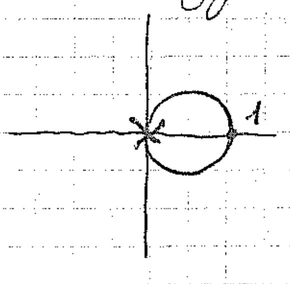
3 $\rho = \sqrt{x^2+y^2}$ $\quad x = \rho\cos\varphi$ $\quad y = \rho\sin\varphi$ $\quad \{(x,y) : \rho = \cos\varphi\} =$

$= \{(x,y) : \rho^2 = \rho\cos\varphi$ e $\rho \neq 0\} = \{(x,y) : x^2+y^2 = x$ e $x \neq 0\}$

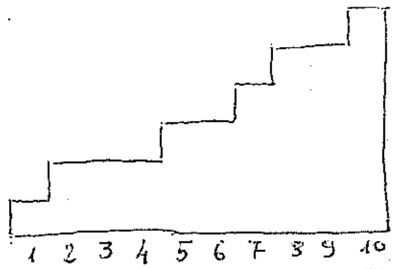
$= \{(x,y) : x^2 - x + y^2 = 0$ e $x \neq 0\}$ = quadratura =

$= \{(x,y) : (x-\frac{1}{2})^2 + y^2 = \frac{1}{4}$ e $x \neq 0\} = \{(x,y) : dist((x,y);(\frac{1}{2},0)) = \frac{1}{2}, x \neq 0\}$

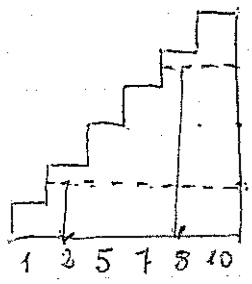
la circonferenza di raggio $\frac{1}{2}$ centro $(\frac{1}{2},0)$ tranne $(0,0)$



4 Il diagramma della ripartizione sui valori in considerazione



corrisponde al seguente diagramma cumulativo delle frequenze sui valori effettivi



quindi il campione è
$x_1 = 1$ $x_4 = 7$
$x_2 = 2$ $x_5 = 8$
$x_3 = 5$ $x_6 = 10$

di numerosità 6, poiché $6 \cdot \frac{1}{4}$ non è intero così come $6 \cdot \frac{3}{4}$

valori di primo quartile $= x_{[\frac{6}{4}+1]} = x_2 = 2$

valori di ultimo quartile $= x_{[\frac{6 \cdot 3}{4}+1]} = x_5 = 8$

Le frequenze relative sono tutte $\frac{1}{6}$ quindi la media è

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6}{6} = \frac{1+2+5+7+8+10}{6} = \frac{33}{6} = \frac{11}{2}$$

5a Il vettore normale ad una retta ruotata in senso antiorario di un angolo α rispetto ad un'altra retta è il ruotato parimenti di un vettore normale a quest'ultima

Quindi tenendo presente che

- ruotato per α di $(a,b) = \begin{pmatrix} a\cos\alpha & -b\sin\alpha \\ a\sin\alpha & +b\cos\alpha \end{pmatrix}$
  in senso antiorario
- che i coefficienti dell'equazione di una retta sono le coordinate di un vettore ad essa ortogonale

$(1,2)$ è ortogonale a $x+2y=3$

si ha che

$$\left(\cos\frac{\pi}{3} - 2\sin\frac{\pi}{3},\ \sin\frac{\pi}{3} + 2\cos\frac{\pi}{3}\right) = \left(\frac{1}{2}-\sqrt{3},\ \frac{\sqrt{3}}{2}+1\right)$$

è ortogonale alla retta cercata che quindi avrà equazione del tipo

$$\left(\frac{1}{2}-\sqrt{3}\right)x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right)y = c$$

ed imponendo che passi per $(11,-4)$

$$\left(\frac{1}{2}-\sqrt{3}\right)x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right)y = \frac{3}{2} - 13\sqrt{3}$$

5b I cammini $t \mapsto (t,\ t+1, 2t) = t(1,1,2)+(0,1,0)$
$t \longmapsto (3t-3,\ t, 2t-2) = t(3,1,2)+(-3,0,-2)$

sono rette parallele rispettivamente a

$V = (1,1,2)$ $\quad W=(3,1,2)$ quindi un vettore ortogonale di lunghezza 1 è

$$\frac{V \times W}{|V\times W|} = \frac{\begin{matrix}1 & 3\\ 1 \times & 1\\ 2 & 2\end{matrix}}{|V\times W|} = \frac{\left(\det\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}, -\det\begin{pmatrix}1&3\\2&2\end{pmatrix}, \det\begin{pmatrix}1&3\\1&1\end{pmatrix}\right)}{|V\times W|} =$$

$$= \frac{(0,\ 4,\ -2)}{\sqrt{0^2+4^2+2^2}} = \left(0, \frac{2}{\sqrt5}, -\frac{1}{\sqrt5}\right)$$

6 a Combinazioni con ripetizione a $8=N$ persone di $5=M$ oggetti

$$\binom{8+5-1}{8-1} = \binom{12}{7} = \frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2} = \frac{2\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8}{5\cdot 4} =$$

$$= \frac{2\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 2}{5} = 11\cdot 9\cdot 8 = 792$$

a queste vanno tolti gli 8 casi in cui si danno tutte le caramelle ad un sol bimbo

La risposta è quindi 784.

6 b la probabilità P (ordinando i dadi) di ottenere le sequenze $(6,6,3,*,*)$ è $\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^2$

quindi la probabilità di ottenere un "anagramma" di tale sequenza è $P \cdot$ numero di anagrammi essendo eventi incompatibili

$$P \cdot \frac{5!}{2!\,2!}\frac{25}{6^5} = \frac{5\cdot\cancel{4}\cdot 3\cdot\cancel{2}}{\cancel{2}\ \cancel{2}}\cdot\frac{25}{6^{\cancel{5}4}} = \frac{5^3}{6^4} = \frac{125}{1296} \sim 0{,}0965$$

Oppure usando direttamente la distribuzione multinomiale

$$\binom{5}{2}\binom{3}{1}\frac{1}{6^2}\cdot\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{5!}{2!\,3!}\cdot 3\cdot\frac{1}{6^3}\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{5!}{2!\,2!}\,\frac{5^2}{6^5}$$

7 - a Poiché gli eventi possibili sono 36

$\mathbb{P}(X \text{ pari e } Y \text{ pari}) = \frac{3\times 3}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \mathbb{P}(X \text{ pari})\,\mathbb{P}(Y \text{ pari})$

SI

- b $\mathbb{P}(X+Y=3) = \mathbb{P}((X=1 \text{ e } Y=2) \text{ o } (X=2 \text{ e } Y=1)) = \mathbb{P}(X=1 \text{ e } Y=2) + \mathbb{P}(X=2 \text{ e } Y=1) =$

$= \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ $\quad \mathbb{P}(X+Y=3 \text{ e } X \text{ pari}) = \mathbb{P}(X+Y=3 \text{ e } X=2) = \frac{1}{36} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{18} =$

$= \mathbb{P}(X \text{ pari})\cdot\mathbb{P}(X+Y=3)$ SI

- c SI

- d $\mathbb{P}(X \text{ pari e } Y \text{ pari e } X+Y=3) = 0$ $\quad \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)\mathbb{P}(C) = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{18} = \frac{1}{72}$

8.a Il valor medio della somma dei risultati X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 dei cinque lanci:

$$\langle X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 \rangle = \text{proprietà di linearità della media}$$
$$= \langle X_1 \rangle + \langle X_2 \rangle + \langle X_3 \rangle + \langle X_4 \rangle + \langle X_5 \rangle = \text{tutti i lanci hanno le stesse distribuzione di probabilità}$$
$$= 5 \langle X_1 \rangle$$

ove $\mathbb{P}(X_1 = k) = \frac{1}{6}$ $1 \le k \le 6$ o altrimenti

$$\langle X_1 \rangle = \sum k\,\mathbb{P}(X_1 = k) = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}$$

per cui

$$\langle X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 \rangle = \frac{35}{2} = 17,5$$

8.b Il ricavato totale è

$$R = \sum_{i=1}^{5}\left(\frac{X_i}{2^{i-1}} - Q_i\right) \qquad \text{imponendo } \langle R \rangle = 0$$

si ha

$$\left\langle \sum\left(\frac{X_i}{2^{i-1}} - Q_i\right)\right\rangle = \sum\left\langle\frac{X_i}{2^{i-1}}\right\rangle - \sum\langle Q_i\rangle =$$
$$= \langle X_1 \rangle \sum_{1}^{5}\frac{1}{2^{i-1}} - \sum Q_i = \frac{7}{2}\left(\frac{1-\frac{1}{2^5}}{\frac{1}{2}}\right) - \sum Q_i = 7\,\frac{31}{32} - \sum Q_i = 0$$
$$\sum_{i=1}^{5} Q_i = 7 \cdot \frac{31}{32} \simeq 6,78$$

9.a Equazione retta tangente in $(x_0, f(x_0))$: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

$f(x) = x\lg(1+\sin\sqrt{x})$, $x_0 = \pi^2$, $f(x_0) = 0$ $\quad f'(\pi^2) = \lg(1+\sin\pi) + \pi^2\frac{\frac{1}{2\pi}\cos\pi}{1+\sin\pi} = -\frac{\pi}{2}$

$$y = -\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi^3}{2}$$

9.b $\begin{cases} s\cos t = 1 \\ s\sin t = 1 \\ t = \frac{\pi}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} s = \sqrt{2} \\ t = \frac{\pi}{4} \end{matrix}$; $(1,1,\frac{\pi}{4}) = (s\cos t, s\sin t, t)\big|_{s=\sqrt{2},\, t=\frac{\pi}{4}}$. Se non paralleli i vettori delle derivate parziali determinano il piano tangente come giacitura

$$V = \frac{\partial}{\partial s}(s\cos t, s\sin t, t)\Big|_{s=\sqrt{2},\,t=\frac{\pi}{4}} = \left(\tfrac{1}{\sqrt{2}}, \tfrac{1}{\sqrt{2}}, 0\right) \qquad W = \frac{\partial}{\partial t}(s\cos t, s\sin t, t)\Big|_{s=\sqrt{2},\,t=\frac{\pi}{4}} = (-1, 1, 1)$$

$$V \times W = \left(\det\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}} & 1 \\ 0 & 1\end{pmatrix}, -\det\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}} & -1 \\ 0 & 1\end{pmatrix}; \det\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}} & -1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 1\end{pmatrix}\right) = \left(\tfrac{1}{\sqrt{2}}, -\tfrac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{2}\right).$$ Quindi

l'equazione del piano tangente in $(1,1,\frac{\pi}{4})$ sarà del tipo $\frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{y}{\sqrt{2}} + z\sqrt{2} = c$ imponendo che passi per $(1,1,\frac{\pi}{4})$ sarà $c = \frac{\sqrt{2}\,\pi}{4}$; $x - y + 2z = \frac{\pi}{2}$

9.b L'ortogonale alla regione $\{(x,y,z) : xyz = 2\}$ in $(2,1,1)$ è dato (se non nullo) dal gradiente $\left(\frac{\partial xyz}{\partial x}, \frac{\partial xyz}{\partial y}, \frac{\partial xyz}{\partial z}\right)\Big|_{x=2,\,y=1,\,z=1} =$

$= (yz, xz, xy)\big|_{x=2,y=1,z=1} = (1, 2, 2)$. Quindi il piano sarà del tipo $x + 2y + 2z = c$ imponendo che passi per $(2,1,1)$: $c = 6$

10. a $\dfrac{x + \log(1 - \sin x)}{1 - \cos x} = \dfrac{x + \log\left(1 - x + \frac{x^3}{6} + O(x^5)\right)}{\frac{x^2}{2} + O(x^4)} =$

$$= \frac{\cancel{x} \cancel{- x} + \frac{x^3}{6} + O(x^5) - \frac{1}{2}(-x + O(x^3))^2 + O(x^3)}{\frac{x^2}{2} + O(x^4)} =$$

$$= \frac{-\frac{1}{2}x^2 + O(x^3)}{\frac{x^2}{2} + O(x^4)} \longrightarrow -1$$

10 b $f(x,y) = f(0,1) + \frac{\partial f}{\partial x}(0,1)\, x + \frac{\partial f}{\partial y}(0,1)(y-1)$

$+ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,1)\, x(y-1) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,1)\, x^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,1)(y-1)^2 +$

$+ o(x^2 + (y-1)^2) \qquad (x,y) \to (0,1)$

$f(x,y) = e^{xy} \quad \frac{\partial f}{\partial x} = y e^{xy} \quad \frac{\partial f}{\partial y} = x e^{xy} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = e^{xy} + xy\, e^{xy}$

$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = y^2 e^{xy} \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = x^2 e^{xy}$

$f(0,1) = 1 \quad \frac{\partial f}{\partial x} = 1 \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 1 \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0 \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 1$

$1 + x + \frac{x^2}{2} + x(y-1) = 1 + \frac{x^2}{2} + xy$

altro metodo

$e^t = 1 + t + \frac{t^2}{2} + o(t) \qquad t \to 0$

$e^{xy} = 1 + xy + \frac{x^2y^2}{2} + o(x^2y^2) \qquad xy \to 0$

ma $o(x^2y^2) \in o(x^2)$ se $(x,y) \to (0,1)$

e $o(x^2) \subseteq o(x^2 + (y-1)^2)$ se $(x,y) \to (0,1)$

$= 1 + xy + \frac{x^2((y-1)+1)^2}{2} + o(x^2 + (y-1)^2) \qquad (x,y) \to (0,1)$

$= 1 + xy + \frac{x^2}{2} + x^2(y-1) + \frac{x^2(y-1)^2}{2} + o(x^2 + (y-1)^2)$

$= 1 + xy + \frac{x^2}{2} + o(x^2 + (y-1)^2)$

11. $\int e^{-\sqrt{x+1}}\, dx \qquad y = \sqrt{x+1} \quad dy = \frac{dx}{2\sqrt{x+1}} \quad dx = 2y\, dy$

$\int 2y e^{-y} dy = -2y e^{-y} - \int 2(-e^{-y}) dy = -2y e^{-y} - 2e^{-y} + c$

$= -2\sqrt{x+1}\, e^{-\sqrt{x+1}} - 2e^{-\sqrt{x+1}} + c$

12 a $\{(xyz) : 0 \le z \le x^2 y \le y^2 \le x\} =$

$0 \le x^2 y \le y^2 \Rightarrow y \ge 0 \quad - \quad 0 \le y^2 \le x \Rightarrow x \ge 0$

$\Rightarrow x^2 \le y \qquad\qquad \Rightarrow |y| \le \sqrt{x}$

$x^2 \le y \le \sqrt{x} \Rightarrow x^2 \le \sqrt{x} \Rightarrow 0 \le x \le 1$

$=$ Sottografico di $f(x,y) = x^2 y$ fra $x^2 \le y \le \sqrt{x}$ e $0 \le x \le 1$

Volume $= \displaystyle\int_0^1 \left(\int_{x^2}^{\sqrt{x}} x^2 y \, dy \right) dx =$

$$= \int_0^1 x^2 \left(\int_{x^2}^{\sqrt{x}} y \, dy \right) dx = \int_0^1 x^2 \left(\frac{x}{2} - \frac{x^4}{2} \right) dx =$$

$$= \int_0^1 \left(\frac{x^3}{2} - \frac{x^6}{2} \right) dx = \frac{1}{8} - \frac{1}{14} = \frac{7-4}{56} = \frac{3}{56}$$

12b

Area rotazione di un profilo attorno all'asse delle ascisse $= 2\pi \displaystyle\int_I f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} \, dx = [f(x) = x^3]$

$$= 2\pi \int_0^1 x^3 \sqrt{1 + 9x^4} \, dx \qquad \begin{array}{l} y = x^4 \\ dy = 4x^3 dx \end{array}$$

$$= \frac{2\pi}{4} \int_0^1 \sqrt{1 + 9y} \, dy = \frac{\pi}{2} \frac{1}{9} \frac{2}{3} \left[(1 + 9y)^{\frac{3}{2}} \right]_0^1 =$$

$$= \frac{\pi}{27} \left[10^{\frac{3}{2}} - 1 \right]$$