

## PROGRAMMA DI TEORIA ALGEBRICA DEI NUMERI 2

Valori assoluti in un campo: dipendenza fra valori assoluti e topologia indotta. Teorema di Ostrowski.

I numeri  $p$ -adici: definizione, struttura additiva e struttura moltiplicativa. Completamento di un campo di numeri rispetto ai suoi valori assoluti. Estensioni di valori assoluti ad estensioni algebriche. Gradi locali, norma e traccia locali. Teorema di approssimazione simultanea. Lemma di Krasner.

Estensioni di campi  $p$ -adici: classificazione delle estensioni non ramificate e delle estensioni debolmente ramificate e loro sottogruppi normici.

Dualità di moduli rispetto alla traccia. Il differente di un'estensione. Estensioni monogene, moltiplicatività del differente nelle torri di estensioni, proprietà locali del differente. Discriminante di un'estensione. Relazioni fra differente, discriminante e ramificazione. Relazioni fra la fattorizzazione dei primi nelle estensioni dei campi di numeri e la fattorizzazione di polinomi sui campi locali.

Estensioni di Galois. Gruppi di decomposizione e gruppi di Galois locali. Conseguenze del teorema di Chebotarev. Gruppi di Galois delle estensioni locali debolmente ramificate. Gruppi di ramificazione: struttura della catena dei gruppi di ramificazione, risolubilità delle estensioni locali finite, salti nei gruppi di ramificazione.

Prodotto topologico ristretto di spazi topologici. Definizione di adeli. Compattezza degli adeli modulo gli adeli principali. Teorema di Blichfeldt-Minkowski e lemma di approssimazione forte. Definizione di ideli e loro topologia. Dimostrazione idelica della finitezza del gruppo delle classi di un campo di numeri. Dimostrazione idelica del teorema di struttura delle  $S$ -unità.

### TESTI DI RIFERIMENTO:

S. Lang, Algebraic Number Theory, 2nd Edition, Springer Verlag 1994.

J.W.S. Cassels and A. Fröhlich (eds.), Algebraic Number Theory, Academic Press 1967.

J-P. Serre, Local fields, Springer Verlag 1979.

J. Neukirch, Class field theory, Springer Verlag 1986.

W. Narkiewicz, Elementary and Analytic Theory of Algebraic Numbers, Springer 2004.