

PROGRAMMA DI TEORIA ALGEBRICA DEI NUMERI 1

Richiami di teoria di Galois. Corrispondenza di Galois. Gruppi di Galois delle estensioni ciclotomiche e dei campi finiti.

Richiami di algebra commutativa: anelli noetheriani, estensioni intere, dimensione di Krull, Domini di Dedekind.

Norma e traccia. Struttura additiva dell'anello degli interi di un campo dei numeri. L'anello degli interi dei campi quadratici.

Discriminante di una n -upla di elementi algebrici. Cambi di base e relazioni fra i discriminanti. Basi intere dei campi ciclotomici. Basi intere costruite mediante polinomi valutati in un generatore intero.

Gruppo degli ideali frazionari e gruppo delle classi di ideali, di un dominio di Dedekind; Fattorizzazione unica degli ideali.

Indice di ramificazione e grado di inerzia dei primi nelle estensioni. Formula di connessione con il grado dell'estensione. Il caso delle estensioni di Galois. Teorema di Kummer sullo spezzamento dei primi nelle estensioni. Spezzamento dei primi nei campi quadratici e nei campi ciclotomici.

Estensioni di Galois: gruppi di decomposizione e gruppi di inerzia. Estensioni massimali non ramificate ed estensioni massimali in cui un primo si spezza completamente. Applicazioni ai campi ciclotomici: legge di reciprocità quadratica. Automorfismo di Frobenius per i primi non ramificati. Caratterizzazione dei primi ramificati come quelli che dividono il discriminante del campo.

Teorema del corpo convesso di Minkowski. Finitezza del gruppo delle classi di ideali e determinazione della costante di Minkowski. Finitezza dell'insieme dei campi di numeri che ha un discriminante assegnato. Teorema delle unità di Dirichlet.

TESTO DI RIFERIMENTO:

D. Marcus *Number Fields*, Springer Verlag 1977.

P. Samuel, *Theorie Algebrique des Nombres*, Hermann, Paris 1971.