

# ANALISI MATEMATICA II-A - CdL in FISICA

## PROGRAMMA DEL CORSO DI ANALISI MATEMATICA II-A DEL 2009

### **Calcolo differenziale per funzioni di una variabile reale.**

Definizione di derivata. Una funzione derivabile in un punto è continua nel punto stesso (dim.). Dimostrazione della derivabilità della somma del prodotto e del rapporto di funzioni derivabili e delle relative formule. Dimostrazione del teorema di derivazione della funzione inversa. Definizione di differenziale. Dimostrazione dell'equivalenza tra derivabilità e differenziabilità. Significato geometrico della derivata. Dimostrazione del teorema sulla derivata di funzioni composte. Dimostrazione dei teoremi di Fermat, Rolle, Cauchy, Lagrange. Dimostrazione di alcuni dei teoremi di Hospital. Dimostrazione del criterio di derivabilità.

### **Le funzioni convesse.**

Definizione di funzione convessa e di funzione concava. Dimostrazione della monotonia del rapporto incrementale delle funzioni convesse. Le funzioni convesse sono continue (dim.). Dimostrazione del teorema sulla monotonia della derivata prima di una funzione convessa. Dimostrazione del legame tra la convessità e la derivata seconda di una funzione. Dimostrazione del legame tra la tangente al grafico e la convessità di una funzione. Metodo delle tangenti di Newton per il calcolo delle radici di un'equazione.

### **Il polinomio di Taylor.**

Dimostrazione della formula di Taylor con resto di Peano. Dimostrazione delle condizioni sulla derivata ennesima di una funzione per l'esistenza di punti di massimo o di minimo relativo. Dimostrazione della formula di Taylor con resto di Lagrange. Valutazione dell'errore nel calcolo dei valori approssimati di una funzione in un punto.

### **Calcolo integrale**

Funzione indicatrice e *funzioni elementari*: definizioni e nomenclature relative. Definizione di integrale di una funzione elementare e dimostrazione delle relative proprietà. L'integrale superiore e l'integrale inferiore: definizione e dimostrazione delle relative proprietà. Definizione di integrale delle funzioni limitate e nulle fuori di un intervallo limitato e dimostrazione delle relative proprietà.

Dimostrazione del criterio fondamentale di integrabilità.

Dimostrazione del teorema sull'integrabilità di una funzione continua.

Integrale esteso ad un insieme. Dimostrazione del teorema fondamentale del calcolo integrale.

Dimostrazione dei teoremi sull'integrazione per parti e per sostituzione.

Dimostrazione del teorema della media integrale.

Integrali di funzioni razionali. La formula di Hermite. Integrali di alcuni tipi di funzioni irrazionali: funzioni che sono funzioni razionali di radici quadrate di polinomi di secondo grado, di radici di rapporti di polinomi di primo grado, di funzioni trigonometriche.

Integrali binomi.

### **Integrali in senso generalizzato.**

Definizione di funzione integrabile in senso generalizzato su di un intervallo limitato o non limitato. Dimostrazione del criterio di Cauchy per l'integrabilità di una funzione in SG.

Definizione di funzione assolutamente integrabile in SG.

Dimostrazione del criterio del confronto per l'integrabilità in SG. Dimostrazione del criterio del limite per l'integrabilità in SG.

### **Serie numeriche.**

Definizione di serie; serie convergente, divergente e serie indeterminata. Somma di una serie. Dimostrazione della condizione necessaria affinché una serie converga. Serie a termini positivi; assoluta convergenza. Criterio della radice (con dim.), criterio del rapporto (senza dim.), criterio di condensazione (senza dim.), criterio di confronto integrale (con dim.), criterio del confronto asintotico (con dim.) Serie a termini alternanti. Criterio di Leibniz (senza dim.)

### **Equazioni differenziali ordinarie.**

Numenclatura e classificazione delle equazioni differenziali. Dimostrazione della formula risolutiva delle equazioni differenziali lineari del primo ordine. Enunciato del teorema di esistenza ed unicità per il problema di Cauchy relativo alle EDL di ordine  $n$ . Dimostrazione del teorema di struttura dell'insieme delle soluzioni di un'EDL omogenea. Dimostrazione del teorema di struttura dell'insieme delle soluzioni di un'EDL non omogenea. Dimostrazione del teorema sulla matrice Wronskiana. Dimostrazione del legame tra il polinomio caratteristico di un'EDL a coefficienti costanti e la base di soluzioni dell'equazione omogenea.

Risoluzione di alcuni tipi di EDL con secondo membro di tipo particolare. L'operatore di derivazione. Dimostrazione del legame tra un'EDL ed il suo polinomio caratteristico fatta mediante l'operatore di derivazione. Dimostrazione della lineare indipendenza delle funzioni esponenziali.

Dimostrazione del metodo di variazione delle costanti arbitrarie. Metodo di risoluzione delle equazioni di Eulero. Alcuni metodi di risoluzione di alcune EDL di ordine  $n$ : riduzione dell'ordine, riduzione dell'ordine quando si conosce una delle soluzioni dell'omogenea, riduzione dell'ordine nel caso in cui non compare  $u$  esplicitamente.

Equazioni differenziabili a variabili separabili: dimostrazione del teorema sull'esistenza (ed eventuale unicità) di soluzione di un ED a variabile separabile. Risoluzione e studio delle soluzioni.