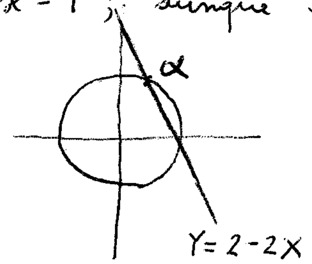
Soluzioni

1. Per $x \to 0$, $2\cos x + \operatorname{sen} x - 2 = x + o(x)$.
L'integrale non esiste, perché la funzione è un infinito di ordine 1.
Per il calcolo diretto poniamo $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$:

$$\int_0^{\operatorname{tg} \pi/12} \frac{dt}{t(1-t)} = \int_0^{\operatorname{tg} \pi/12} \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{1-t} \right) dt = \left[\lg \left| \frac{t}{1-t} \right| \right]_0^{\operatorname{tg} \pi/12} = +\infty$$

Studiamo l'eq. $2\cos x + \operatorname{sen} x - 2 = 0$ per via geometrica, ponendo $\cos x = X$, $\operatorname{sen} x = Y$; dunque deve essere $2X + Y - 2 = 0$, $X^2 + Y^2 = 1$.



$\cos\alpha = 3/5$
$\operatorname{sen}\alpha = 4/5$

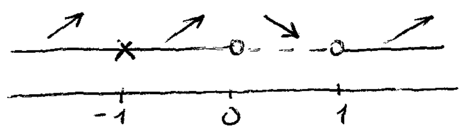
$\alpha = \arccos 3/5 = \operatorname{arcsen} 4/5 = \operatorname{artg} 4/3$

Poiché $\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} < \frac{4}{3} = \operatorname{tg}\alpha$, $\alpha > \pi/6$.

2. CE. $\mathbb{R} - \{-1\}$

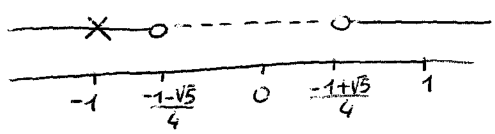
LIMITI per $x \to \pm\infty$ $f(x) \sim x \to \pm\infty$
$f(x) - x \to -\infty$ non c'è asintoto obliquo
per $x \to -1^{\pm}$ $f(x) \to -1 \mp \pi/2$ discontinuità I specie
$f(0) = 0$

DRV $f'(x) = 2\,\dfrac{x^2 - x}{2x^2 + 2x + 1}$

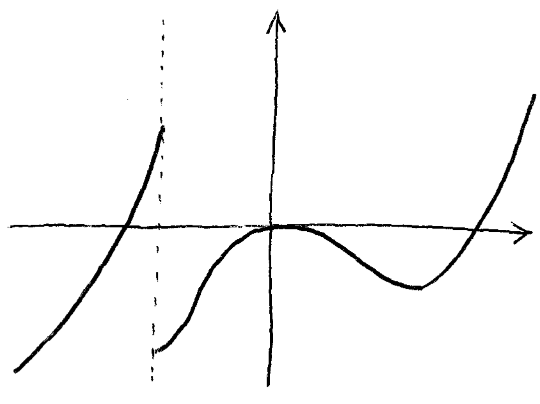


per $x \to -1^{\pm}$ $f'(x) \to 4$

DRV^2 $f''(x) = 2\,\dfrac{4x^2 + 2x - 1}{(2x^2 + 2x + 1)^2}$



$x = 0$ punto di max locale
$x = 1$ punto di minimo loc.
$x = (-1 \pm \sqrt{5})/4$ punti di flesso



3. $x > 0$, $-1 \le y \le 1$
$y = 1$, $y = -1$ sono soluzioni costanti; non verificano la C.I.

$$\int \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = \int \frac{dx}{x} \Rightarrow \operatorname{arcsen} y = \lg x + c$$

La C.I. è verificata per $c = 0$.
$\operatorname{arcsen} y = \lg x \Rightarrow y = \operatorname{sen} \lg x$.
Deve essere $-\pi/2 < \lg x < \pi/2$ (perché $\lg x$ deve stare nell'immagine di arcsen y), così $e^{-\pi/2} < x < e^{\pi/2}$
La soluzione si raccorda con le soluzioni costanti.