Soluzioni

1. $\begin{cases} \dfrac{x^2-2x}{x-3} > 0 \\ \lg_8\left(\dfrac{x^2-2x}{x-3}\right) > 0 \\ \lg_8\left(\dfrac{x^2-2x}{x-3}\right) \geq 1 \end{cases} \iff \dfrac{x^2-2x}{x-3} \geq 8 \iff A = (3,4] \cup [6,+\infty)$

$\inf A = 3 \qquad \min A$ non $\exists$

$\sup A = +\infty \qquad \max A$ non $\exists$.

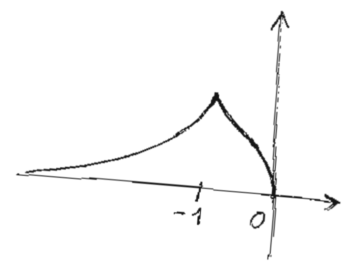
2.

CE $\quad \begin{cases} \sqrt{\left|\dfrac{x+1}{x-1}\right|} \leq 1 \\ x \neq 1 \end{cases} \iff \begin{cases} \left|\dfrac{x+1}{x-1}\right| \leq 1 \\ x \neq 1 \end{cases} \iff \begin{cases} x^2+2x+1 \leq x^2-2x+1 \\ x \neq 1 \end{cases} \iff x \leq 0$

SGN $\quad$ sempre positiva ; vale 0 per $x=0$

$f(-1) = \pi/2$

LIM $\quad$ per $x \to -\infty \quad f(x) \to 0 \quad$ (as. orizz.)



DRV $\quad f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-\left|\dfrac{x+1}{x-1}\right|}} \sqrt{\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right|} \operatorname{sgn}\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right) \dfrac{1}{(x-1)^2}$

$x=0$ punto a tg verticale ; $x=-1$ cuspide

$f: (-1,0) \to (0,\frac{\pi}{2})$ è monotòna, quindi invertibile.

$\arccos\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}} = \alpha \iff \cdots \iff x = \dfrac{1-\cos^2\alpha}{1+\cos^2\alpha} = f^{-1}(\alpha)$.

3.
(a) N.C. (non è verificata la condizione necessaria)
(b) C.A. $\left(|a_{n+1}/a_n| \to 1/e < 1\right)$
(c) C. (t. di Leibniz per serie a segno alterno. Non c.a. perchè $|a_n| \sim \frac{1}{n}$)
(d) C.A $\left(a_n \sim \frac{1}{n^2}\right)$.

Eq. lineare del primo ordine. Seguendo le notazioni consuete:
$a(x) = \operatorname{tg} x$, $\quad A(x) = -\lg\cos x \quad$ (in $(-\pi/2, \pi/2)$), $\quad e^{A(x)} = 1/\cos x$.

$\left(\dfrac{y}{\cos x}\right)' = 2\operatorname{sen} x \iff \dfrac{y}{\cos x} = -2\cos x + c \iff y = c\cos x - 2\cos^2 x$.

La condizione iniziale è verificata per $c = 3$.